Autour du 17ème problème de Hilbert

Jean-Philippe Monnier

En 1927 Artin a résolu le 17ème problème de Hilbert en montrant qu'un polynôme positif sur $\mathbb{R}^n$ est somme de carrés de fonctions rationnelles. Ce résultat marque le début du développement de l'algèbre réelle. Dans cet exposé, on évoque l'origine de ce problème de Hilbert. On explique ensuite la stratégie de la preuve d'Artin qui mène aux notions d'anneaux ordonnés et de corps réels clos. Dans un deuxième temps on s'intéresse à la réciproque du 17ème problème de Hilbert dans un cadre général. Cette deuxième partie est un travail en commun avec Goulwen Fichou et Ronan Quarez.