

Avis de soutenance de thèse

Jeudi 11 juin 2020 à 14 heures

**À l'Université Bretagne Sud
Faculté des Sciences et Sciences pour l'Ingénieur
Soutenance en visioconférence**



Monsieur Hui XIAO

**En vue de l'obtention du grade de docteur en « Mathématiques et leurs interactions »
présentera ses travaux intitulés :**

« Grandes déviations pour les produits de matrices aléatoires »

Dont voici le résumé :

L'objet de cette thèse est d'étudier les asymptotiques précises de grandes déviations et de déviations modérées pour les produits de matrices aléatoires indépendantes et identiquement distribuées.

Dans la première partie, nous établissons des asymptotiques exactes de types Bahadur-Rao et Petrov pour les probabilités de grandes déviations pour le cocycle de la norme, $\log |G_n|$, où $G_n = g_n \dots g_1$ est le produit des matrices aléatoires g_i , de type $d \times d$, indépendantes et identiquement distribuées, x est un vecteur unitaire de \mathbb{R}^d .

La deuxième partie est consacrée à l'établissement des résultats de grandes déviations de types Bahadur-Rao et Petrov pour les entrées $G_n^{(i,j)}$ de G_n . En particulier, notre résultat améliore de manière significative les bornes de grandes déviations établies récemment dans la littérature.

Dans la troisième partie, nous obtenons la borne de Berry-Esseen et le développement asymptotique de déviations modérées de type Cramér pour le cocycle de la norme des produits de matrices aléatoires. Ces résultats sont prouvés en élaborant une nouvelle approche basée sur une inégalité de lissage dans le plan complexe et sur la méthode du point-selle.

La quatrième partie est consacrée à l'étude des bornes de type Berry-Esseen et au développement asymptotique de déviations modérées de type Cramér pour la norme d'opérateur $\|G_n\|$, pour les entrées $G_n^{(i,j)}$ et le rayon spectral $\rho(G_n)$ des produits de matrices aléatoires positives.

Dans la cinquième partie, nous étudions les bornes de type Berry-Esseen et les principes de déviations modérées pour la norme d'opérateur $\|G_n\|$ et le rayon spectral $\rho(G_n)$, pour les matrices inversibles. Nous prouvons également des développements asymptotiques de déviations modérées dans la zone normale $[0, o(n^{1/6})]$.

La sixième partie est consacrée au développement asymptotique de déviation modérée de type Cramér pour les entrées $G_n^{(i,j)}$ des produits de matrices aléatoires inversibles.

Mots clés : *Produits de matrices aléatoires ; Grandes déviations ; Déviations modérées ; Bornes de Berry-Esseen ; Trou spectral ; Marches aléatoires sur les groupes*

Large deviations for products of random matrices

Abstract:

The purpose of this Ph.D. thesis is to study precise large and moderate deviation asymptotics for products of independent and identically distributed random matrices.

In the first part, we establish Bahadur-Rao type and Petrov type exact asymptotics of large deviation probabilities for the norm cocycle $|\log|G_n||$, where $G_n = g_n \dots g_1$ is the product of independent and identically distributed random $d \times d$ matrices g_i , x is a unit vector in \mathbb{R}^d .

The second part is devoted to establishing Bahadur-Rao type and Petrov type large deviations for the (i,j) -th entries $G_n^{i,j}$ of G_n . In particular, our result improves significantly the large deviation bounds established recently.

In the third part, we investigate the Berry-Esseen bound and Cramér type moderate deviation expansion for the norm cocycle of products of random matrices. These results are proved by elaborating a new approach based on a smoothing inequality in the complex plane and on the saddle point method.

The fourth part is devoted to studying Berry-Esseen bounds and Cramér type moderate deviation expansions for the operator norm $\|G_n\|$, the entries $G_n^{i,j}$ and the spectral radius $\rho(G_n)$, for positive matrices.

In the fifth part, we study the Berry-Esseen type bounds and moderate deviation principles for the operator norm $\|G_n\|$ and the spectral radius $\rho(G_n)$, for invertible matrices. We also prove the moderate deviation expansions in the normal range $[0, o(n^{1/6})]$.

The sixth part is devoted to the Cramér type moderate deviation expansion for the entries $G_n^{i,j}$ of products of invertible matrices.

Keywords: *Products of random matrices; Large deviations; Moderate deviations; Berry-Esseen bounds; Spectral gap; Random walks on groups*

Membres du jury :

Dr Sébastien GOUEZEL,
Directeur de Recherche CNRS,

Université de Nantes (Examineur)

Pr Ion GRAMA,

Université Bretagne Sud (Directeur de thèse)

Pr Loïc HERVÉ,

INSA, Rennes (examineur)

Pr Quansheng LIU,

Université Bretagne Sud (Directeur de thèse)

Pr Sebastian MENTEMEIER,

Université de Hildesheim, Allemagne (examineur)

Pr Florence MERLEVÈDE,

Université Paris-Est Marne-la-Vallée (examinatrice)

Dr Jean-François QUINT,
Directeur de Recherche CNRS

Université de Bordeaux 1 (rapporteur)

Pr Péter VARJÚ,

Université de Cambridge, Angleterre (rapporteur)

Les travaux ont été encadrés par Ion GRAMA et Quansheng LIU