

Avis de soutenance de thèse

Vendredi 7 décembre 2018 à 14 heures

À l'Université Bretagne Sud
École Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Bretagne Sud
Amphithéâtre ENSIBS à Vannes



Monsieur Ngoc Phu HA

En vue de l'obtention du grade de docteur en « Mathématiques et leurs interactions »
présentera ses travaux intitulés :

**« Théories des champs quantiques topologiques pour la superalgèbre
de Lie $sl(2|1)$. »**

Dont voici le résumé :

Ce texte étudie le groupe quantique $U_\xi^h sl(2|1)$ associé à la superalgèbre de Lie $sl(2|1)$ et une catégorie de ses représentations de dimension finie. L'objectif est de construire des invariants topologiques de 3-variétés en utilisant la notion de *trace modifiée*. D'abord nous prouvons que la catégorie C^H des modules de poids nilpotents sur $U_\xi^h sl(2|1)$ est enrubannée et qu'il existe une trace modifiée sur son idéal des modules projectifs. De plus C^H possède une structure relativement G -prémodulaire ce qui est une condition suffisante pour construire un invariant de 3-variétés à la Costantino-Geer-Patureau. Cet invariant est le cœur d'une 1+1+1-TQFT (Topological Quantum Field Theory). D'autre part Hennings a proposé à partir d'une algèbre de Hopf de dimension finie une construction d'invariants qui dispense de considérer la catégorie de ses représentations. Nous montrons que le groupe quantique déroulé $U_\xi^h sl(2|1)/(e_1^!, f_1^!)$ possède une complétion qui est une algèbre de Hopf enrubannée topologique. Nous construisons un invariant de 3-variétés à la Hennings en utilisant cette structure algébrique, une transformation de Fourier discrète et la notion de G -intégrales. L'intégrale dans une algèbre de Hopf est centrale dans la construction de Hennings. La notion de trace modifiée dans une catégorie s'est récemment révélée être une généralisation des intégrales dans les algèbres de Hopf de dimension finie. Dans un contexte plus général d'algèbre de Hopf de dimension infinie nous prouvons la relation formulée entre la trace modifiée et la G -intégrale.

Mots clés : *groupe quantique déroulé, algèbre topologique localement convexe, TQFT, supersymétries, invariant de 3-variétés, trace modifiée*

Abstract: Topological quantum field theory for Lie superalgebra $sl(2|1)$.

This text studies the quantum group $U_\xi^H sl(2|1)$ associated with the Lie superalgebra $sl(2|1)$ and a category of finite dimensional representations. The aim is to construct the topological invariants of 3-manifolds using the notion of *modified trace*. We first prove that the category C^H of the nilpotent weight modules over $U_\xi^H sl(2|1)$ is ribbon and that there exists a modified trace on its ideal of projective modules. Furthermore, C^H possesses a relative G -premodular structure which is a sufficient condition to construct an invariant of 3-manifolds of Costantino-Geer-Patureau type. This invariant is the heart of a 1+1+1-TQFT (Topological Quantum Field Theory). Next Hennings proposed from a finite dimensional Hopf algebra, a construction of invariants which does not require to consider the category of its representations. We show that the unrolled quantum group $U_\xi^H sl(2|1)/(e_1^!, f_1^!)$ has a completion which is a topological ribbon Hopf algebra. We construct an invariant of 3-manifolds of Hennings type using this algebraic structure, a discrete Fourier transform, and the notion of G -integrals. The integral in a Hopf algebra is central in the construction of Hennings. The notion of modified trace in a category has recently been revealed to be a generalization of the integrals in a finite dimensional Hopf algebra. In a more general context of infinite dimensional Hopf algebras we prove the relation formulated between the modified trace and the G -integral.

Keywords: *unrolled quantum group, locally convex topological algebra, TQFT, supersymmetries, invariant of 3-manifolds, modified trace*

Membres du jury :

**Dr Bertrand PATUREAU-MIRAND,
Maître de Conférences HDR**

Université de Bretagne Sud, LMBA

Prof. Anna BELIAKOVA,

Université de Zürich

**Dr Emmanuel WAGNER,
Maître de Conférences HDR**

Université de Bourgogne

Prof. Christian BLANCHET,

Université de Paris Diderot

**Dr Azat GAINUTDINOV,
Chargé de Recherche**

Université François Rabelais

Prof. Gwénaél MASSUYEAU,

Université de Bourgogne

Prof. Gaël MEIGNIEZ,

Université de Bretagne Sud

Les travaux ont été encadrés par Bertrand PATUREAU-MIRAND