Feuille de TD 3 : Méthode des moindres carrés

Exercice 1

1. Déterminer la droite de régression linéaire associée au nuage de points
$$\{(-1,-2),(0,1),(1,3),(2,1)\}.$$
2. Définir une fonction sous Scilab qui à tout nuage de points $\mathcal{N}=\{(x_0,y_0),\dots,(x_N,y_N)\}$, $N\in\mathbb{N}$, de $\mathbb{R}^2$ et tout entier naturel m tel que $m\leq N$ associe le polynôme solution d'ordre m du problème des moindres carrés associé à $\mathcal{N}$.
3. Utiliser cette fonction pour déterminer le polynôme solution d'ordre 2 (tout du moins des approximations de ses coefficients) du problème des moindres carrés associé au nuage
$$\mathcal{M}:=\left\{\big(0,3k\ ;\ \sin(0,3k)\big),\ k\in\{0,\dots,10\}\right\}.$$
4. A l'aide de Scilab, représenter graphiquement, sur le segment $[0;3]$, la fonction sinus, le polynôme d'interpolation de la fonction sinus aux centres $0,3k$, $k\in\{0,\dots,10\}$, ainsi que les polynômes solutions d'ordre n du problème des moindres carrés associé au nuage $\mathcal{M}$ pour $n\in\{2,\dots,10\}$.

Exercice 2 On considère la fonction
$$g:\begin{array}{ccc}[-5;5] & \to & \mathbb{R}\\ x & \mapsto & \frac{1}{1+x^2}\end{array}$$
et, pour $n\in\mathbb{N}\setminus\{0\}$, on note $c_0,\dots,c_n$ les centres équirépartis sur $[-5;5]$.

A l'aide de Scilab, représenter graphiquement la fonction g et, pour $n\in\mathbb{N}\setminus\{0\}$, le polynôme solution d'ordre n du problème des moindres carrés associé au nuage
$$\left\{\big(c_k,g(c_k)\big),\ k\in\{0,\dots,n\}\right\}.$$
Que constate-t-on ?