

Logique
Travaux Dirigés - Partie 4

Ce quatrième TD est consacré essentiellement à la méthode des Tableaux Sémantiques pour la Logique Propositionnelle (LP0).

Les exercices sont de difficultés diverses et sont à traiter en se basant sur les notions introduites en cours (partie 3.3).

Pour traiter le dernier exercice, il est nécessaire de lire au préalable la partie 3.4 du cours ; celle-ci présente diverses notions sur les systèmes formels.

Bon travail !

Exercice 1

Montrer, en utilisant la méthode des tableaux sémantiques que *l'ensemble de formules* (numérotées de 1 à 5) ci-dessous est insatisfaisable (contradictoire, incohérent). En utilisant deux ordres d'analyse différents montrer que la taille de l'arbre obtenu dépend de cet ordre.

1. $\neg((P \wedge (Q \Rightarrow (R \vee S))) \Rightarrow (P \vee Q))$
2. $P \wedge (Q \Rightarrow (R \vee S))$
3. $\neg(P \vee Q)$
4. P
5. $Q \Rightarrow (R \vee S)$

Exercice 2

Etudier à l'aide de la méthode des tableaux sémantiques la correction des raisonnements (a) à (f) et la validité de la formule (g) ci-dessous.

(a)

$$\frac{\begin{array}{c} \neg H \Rightarrow M \\ W \Rightarrow \neg H \end{array}}{\neg H \Rightarrow (\neg W \Rightarrow M)}$$

(b)

$$\frac{(R \Rightarrow G) \wedge (\neg R \Rightarrow S)}{G \vee S}$$

(c)

$$\frac{(H \vee W) \Rightarrow M}{M \vee H}$$

(d)

$$\frac{\begin{array}{c} A \Rightarrow (\neg B \vee C) \\ B \Rightarrow (A \vee \neg C) \end{array}}{C \Rightarrow B}$$

(e)

$$\frac{\begin{array}{c} P \Rightarrow (R \wedge T) \\ (T \vee S) \Rightarrow \neg Q \end{array}}{\neg(P \vee Q)}$$

(f)

$$\frac{\begin{array}{c} (S \Rightarrow R) \wedge P \\ Q \end{array}}{\neg R \wedge (\neg S \wedge P)}$$

(g)

$$[(P \wedge Q \wedge R) \Rightarrow S] \Leftrightarrow [P \Rightarrow (Q \Rightarrow (R \Rightarrow S))]$$

Exercice 3

Les ensembles de fbf \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 ci-dessous sont-ils satisfaisables? insatisfaisables? Répondre en utilisant la méthode des tableaux sémantiques.

a) $\mathcal{S}_1 = \{P \Rightarrow Q, R \Rightarrow S, \neg(\neg P \wedge \neg R), \neg(P \wedge S), R \Rightarrow \neg Q\}$

b) $\mathcal{S}_2 = \{\neg P, \neg R \Rightarrow W, Q \vee (\neg T \Rightarrow \neg(P \vee U)), \neg P \Rightarrow (U \wedge \neg R), \neg Q, \neg U, \neg T, \neg R \Rightarrow S\}$.

Exercice 4

Pouvez-vous donner des raisons pour lesquelles on a choisi de définir les *règles d'inférence* comme des **relations** plutôt que comme des fonctions?