# Sur l'utilité de la modélisation et de l'analyse asymptotique

Emmanuel Frénod

Lab-STICC, Université de Bretagne-Sud, Vannes, France

Invité du Département de Mathématiques et Informatique
Université Cheikh Anta Diop de Dakar

Exposé dans le cadre des Doctoriales

Février 2010

- Comprendre des phénomènes
- Simuler des phénomènes
- Prévoir des phénomènes
- Tester des hypothèses
- Simuler des scénarios
- Améliorer les performances d'outils de simulation

- Comprendre des phénomènes
- Simuler des phénomènes
- Prévoir des phénomènes
- Tester des hypothèses
- Simuler des scénarios
- Améliorer les performances d'outils de simulation

- Comprendre des phénomènes
- Simuler des phénomènes
- Prévoir des phénomènes
- Tester des hypothèses
- Simuler des scénarios
- Améliorer les performances d'outils de simulation

# Simuler des phénomènes

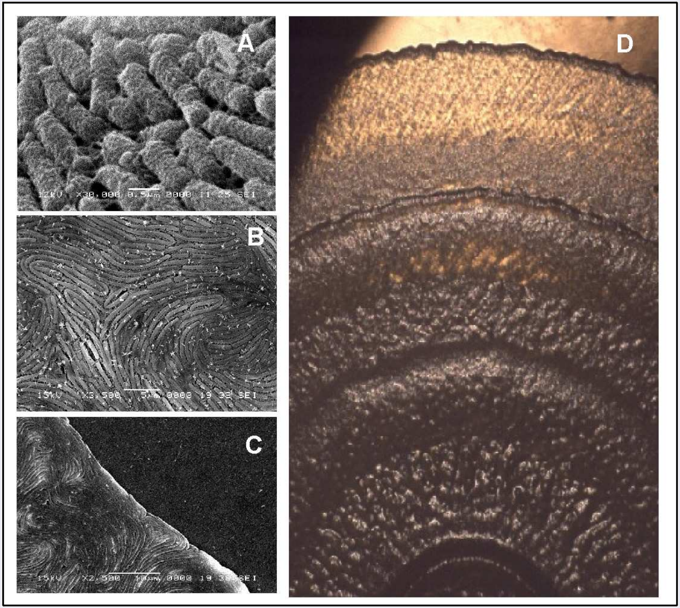
# Pour faire une simulation il faut :

- Un modèle mathématique du support physique où le phénomène à lieu
- Un modèle mathématique du phénomène
- Discrétiser
- Insérer dans un logiciel

# Exemple

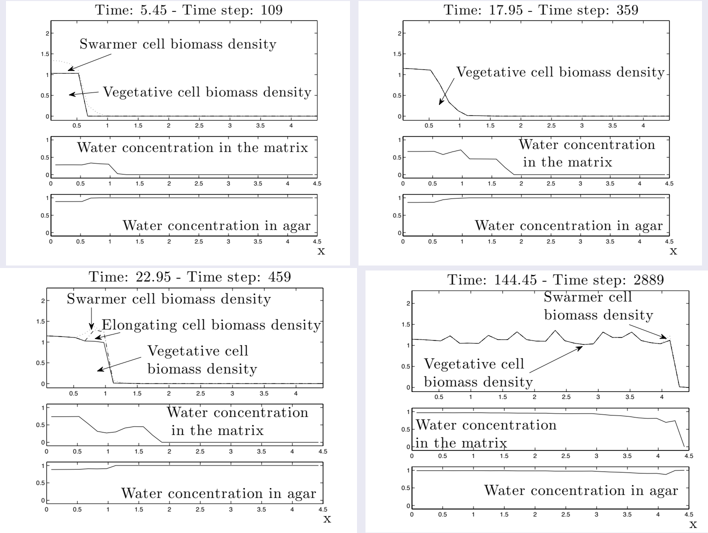
- Ce film est propriété de DHI

# Tester des hypothèses

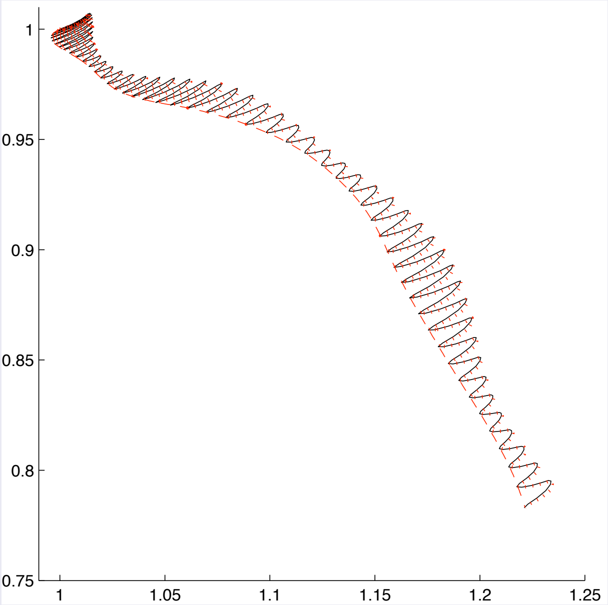

A
B
C
D

# Démarche

- Émettre les hypothèses sur les phénomènes biophysiques sur lesquels le phénomène d'essaimage s'appuie
- Traduire ceci en modèle mathématique
- Implémenter
- Tester pour vérifier la validité des hypothèses


Time: 5.45 - Time step: 109
Swarmer cell biomass density
Vegetative cell biomass density
Water concentration in the matrix
Water concentration in agar
x
Time: 17.95 - Time step: 359
Vegetative cell biomass density
Water concentration in the matrix
Water concentration in agar
x
Time: 22.95 - Time step: 459
Swarmer cell biomass density
Elongating cell biomass density
Vegetative cell biomass density
Water concentration in the matrix
Water concentration in agar
x
Time: 144.45 - Time step: 2889
Swarmer cell biomass density
Vegetative cell biomass density
Water concentration in the matrix
Water concentration in agar
x

## L'analyse asymptotique pour améliorer les performance d'outils de simulation


1
0.95
0.9
0.85
0.8
0.75
1
1.05
1.1
1.15
1.2
1.25

# Le modèle

$$
\begin{aligned}
\frac{d\mathbf{X}}{dt} &= \mathbf{V},\\
\frac{d\mathbf{V}}{dt} &= \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \theta}(t,\frac{t}{\varepsilon},\mathbf{X}) + \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}(t,\frac{t}{\varepsilon},\mathbf{X}) + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \theta}(t,\frac{t}{\varepsilon},\mathbf{X})\\
&\quad + \big(\nabla \mathbf{M}(t,\frac{t}{\varepsilon},\mathbf{X})\big)\mathbf{V} + \mathbf{W}(t,\frac{t}{\varepsilon},\mathbf{X}) - \mathbf{V}\\
&\quad + \varepsilon\Big(\frac{\partial \mathbf{N}}{\partial t}(t,\frac{t}{\varepsilon},\mathbf{X}) + \big(\nabla \mathbf{N}(t,\frac{t}{\varepsilon},\mathbf{X})\big)\mathbf{V}\Big).
\end{aligned}
$$

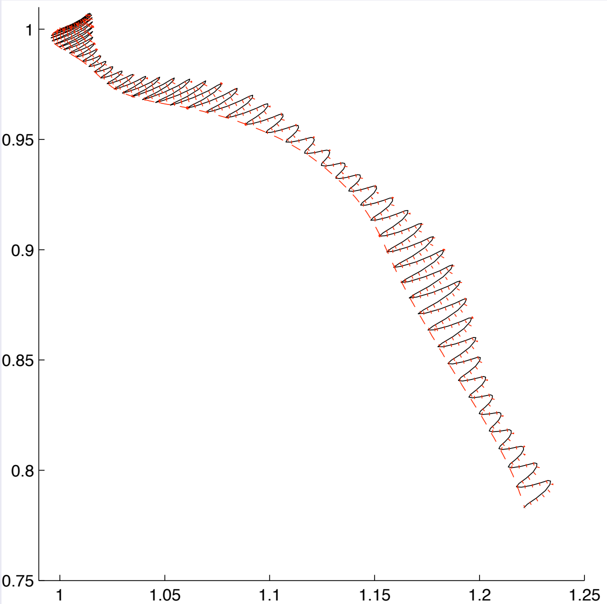
Champ de vitesse de l'eau : $\mathbf{M}(t,\frac{t}{\varepsilon},\mathbf{X}) + \varepsilon\mathbf{N}(t,\frac{t}{\varepsilon},\mathbf{X})$

# Par l'analyse asymptotique

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}^0(t, \frac{t}{\varepsilon}) + \varepsilon \mathbf{X}^1(t, \frac{t}{\varepsilon}) + \cdots = \mathbf{Y}^0(t) + \varepsilon \mathbf{Y}^1(t) + \mathcal{O}(\frac{t}{\varepsilon}) + \dots$$

$$\mathbf{V}(t) = \mathbf{V}^0(t, \frac{t}{\varepsilon}) + \varepsilon \mathbf{V}^1(t, \frac{t}{\varepsilon}) + \dots$$

Equation vérifiée par $\mathbf{Y}^0(t)$, $\mathbf{Y}^1(t)$, $\mathbf{V}^0(t,\theta)$ et $\mathbf{V}^1(t,\theta)$


1
0.95
0.9
0.85
0.8
0.75
1
1.05
1.1
1.15
1.2
1.25