

# Synthèse et analyse critique des modèles de comportement des sédiments en domaine estuarien et de leur adéquation aux caractéristiques sédimentologiques de l'estuaire de la Vilaine

Emmanuel Frénod\* and Evelyne Goubert†

4 février 2009

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Bref historique</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Modèle générique du transport des sédiments fins</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Champs fluides</b>	<b>3</b>
4.1	Modèle tridimensionnel (de type Navier-Stokes)	3
4.2	Modèle bi-dimensionnel (de type Saint-Venant ou Shallow-Water)	8
4.3	Modèle de propagation des vagues	9
4.4	Post-traitement des champs fluides	10
<b>5</b>	<b>Modèles pour le fond</b>	<b>11</b>
<b>6</b>	<b>Modèles d'interaction fond - fluide</b>	<b>12</b>
6.1	Modèles de mise en suspension	12
6.2	Modèles de déposition	12
<b>7</b>	<b>Modèles de transport - Vitesse de sédimentation</b>	<b>13</b>
7.1	Modèle tridimensionnel	13
7.2	Sédimentation standard	14
7.3	Sédimentation écrantée	14
7.4	Modèles bi-dimensionnels	15
<b>8</b>	<b>Sur les sédiments de l'estuaire de la Vilaine</b>	<b>15</b>
<b>9</b>	<b>Adéquation - Inadéquation des modèles existants aux sédiments de l'estuaire de la Vilaine</b>	<b>16</b>
<b>10</b>	<b>Pistes de modélisation</b>	<b>16</b>

---

\*Université Européenne de Bretagne, Lab-STICC, Université de Bretagne-Sud, Centre Yves Coppens, Campus de Tohannic, F-56017, Vannes

†Université Européenne de Bretagne, Lab-STICC et Géoarchitecture, Université de Bretagne-Sud, Centre Yves Coppens, Campus de Tohannic, F-56017, Vannes

# 1 Introduction

Essentiellement, il existe deux types de modèles de transport sédimentaire : les modèles de charriage, que nous n'évoquerons que brièvement, et, les modèles couplant : mise en suspension, transport par l'eau et sédimentation.

Les modèles de charriage sont adaptés au transport de sédiments constitués de particules grosses et denses (de type sable). Pour résumer, ils expriment que la variation d'altitude du fond en un point est liée à un flux de sédiments autour de ce point. Une traduction de ce principe en termes d'équations aux dérivées partielles aboutit à considérer le champ  $z(t, x, y)$  désignant l'altitude du fond au point  $(x, y)$  et à l'instant  $t$ . Le champ  $z$  est alors solution d'une équation du type :

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \nabla \cdot S = 0, \quad (1)$$

où  $\nabla \cdot S = \frac{\partial S_1}{\partial x} + \frac{\partial S_2}{\partial y}$  est la divergence du flux de sédiments  $S = (S_1(t, x, y), S_2(t, x, y))$ .

Ensuite, une loi de comportement relie le flux  $S$  à la vitesse  $v$  de l'eau, à la hauteur d'eau  $h$  au-dessus du fond et au gradient  $\nabla z$  de  $z$ . Elle exprime que le transport de sédiment se fait plutôt dans le sens du courant et plutôt dans la direction de plus forte pente du fond. De manière générique, une telle loi s'écrit :

$$S = \beta(h)(\gamma(v) - \gamma(v_{thr}))(v/|v| - \lambda \nabla z), \quad (2)$$

pour des valeurs données de  $v_{thr}$  et  $\lambda$  et des fonctions  $\beta$  et  $\gamma$  censées contenir la description de la physique du phénomène.

Lorsque les sédiments peuvent être mis en suspension dans la colonne d'eau et ensuite être transportés par le courant, les modèles de charriage ne sont plus adaptés. Les sédiments estuariens, et en particulier ceux de la Vilaine, sont dans cette catégorie. Pour eux, il faut utiliser un modèle plus élaboré qui peut se décomposer en quatre compartiments :

- un modèle décrivant comment les sédiments sont mis en suspension
  - un modèle décrivant le comportement des sédiments dans la colonne d'eau
  - un modèle décrivant le dépôt des sédiments au fond
  - un modèle décrivant le comportement des sédiments lorsqu'ils sont déposés au fond
- et qui sont couplés à des modèles permettant de calculer les caractéristiques du fluide
- dans la colonne d'eau
  - à proximité du fond

C'est sur ce type de modèles que la synthèse et l'analyse sera menée.

Ce document est organisé de la manière suivante. La section 2 fait un bref rappel historique. Ensuite la section 3 présente un modèle-cadre dans lequel, peu ou prou, tous les modèles du type analysé entrent. Au sein de la section 4, nous présentons les modèles utilisés pour décrire l'évolution des champs fluides et certains traitements effectués pour qu'ils puissent être utilisés dans les modèles de transport sédimentaire. La section 5 évoque le comportement des sédiments lorsqu'ils sont déposés. La section 6 décrit les modèles usuels de mise en suspension et de déposition et la section 7 ceux du transport par la colonne d'eau, avec une discussion sur la notion de vitesse de sédimentation.

Dans la section 8 nous faisons quelques remarques sur les caractéristiques connues des sédiments de l'estuaire de la Vilaine, puis dans la section 9 nous analysons la pertinence d'utiliser les modèles de transport sédimentaire actuellement disponibles pour l'étude des sédiments de la Vilaine. Enfin au sein de la section 10 nous faisons des suggestions sur les évolutions possibles des modèles pour améliorer leur adéquation aux sédiments de l'estuaire de la Vilaine.

## 2 Bref historique

Les informations de cette section nous ont été transmises par ASHISH MEHTA et IAN KING.

L'ingénierie du transport des sédiments a débuté à la fin du dix-neuvième siècle (travaux de STEVENSON). Dans la première partie du vingtième siècle, UC Berkeley est devenue un haut lieu de la connaissance en matière de transport sédimentaire. À l'époque les activités de recherche (en particulier menées par KARL GILBERT) portaient surtout sur les sédiments de type sable. Elles étaient motivées par des questions opérationnelles liées au fonctionnement hydro-sédimentaire de la baie de San Francisco et du delta de la Sacramento-San Joaquin River.

Les travaux pionniers concernant la modélisation des sédiments fins ont été menés à UC Berkeley (dans les années 1940) par HANS EINSTEIN (le fils d'Albert) et ses étudiants.

En ce qui concerne le développement des méthodes numériques pour le transport de sédiments fins, la première étape a été faite par R. P. SCHUBINSKI et G. T. ORLOB dans les années 1970.

La seconde étape, dont la production passe aujourd'hui pour être le fondement de la simulation hydro-sédimentaire moderne, a été le travail de R. KRONE et R. ARIATHURAI qui ont mis au point une modélisation à plusieurs couches des sédiments déposés. E. PARTHENIADES, R. ARIATHURAI et H. EINSTEIN ont développé, un modèle d'érosion.

La troisième étape est le développement des logiciels opérationnels et de la recherche qui l'accompagne. Parmi les organismes qui ont mené (et continuent de mener) cette activité, nous pouvons citer : DHI (Mike), Ifremer(Mars - Siam), Delft Hydraulic et TABS (ou RMA).

L'article de revue de MEHTA *et al.* [29] est une synthèse de ces modèles et méthodes.

### 3 Modèle générique du transport des sédiments fins

La figure 1 présente un modèle-cadre générique du comportement des sédiments fins. Tous les modèles actuellement implémentés dans les logiciels entrent, en gros, dans ce cadre.

Cette figure regroupe trois cases rectangulaires correspondant aux trois modèles des phénomènes élémentaires qui sont en interaction et dont émerge le comportement global des sédiments. En gras, est donné le nom du modèle, puis en dessous est listé ce que le modèle calcule.

Ensuite, des cases ovales représentent les modèles d'interactions entre les phénomènes élémentaires. Chaque flèche, avec écrit à proximité ce qui est transféré, donne les informations sortant du modèle dont la flèche est issue et devant être transmises au modèle situé à son extrémité.

On retrouve ici les six modèles listés dans l'introduction.

## 4 Champs fluides

### 4.1 Modèle tridimensionnel (de type Navier-Stokes)

Dans un estuaire (comme dans la plupart des environnements marins ou fluviaux) le comportement de l'eau est considéré comme correctement décrit lorsque l'on connaît en chaque point du domaine concerné la vitesse de l'eau, sa température et sa salinité. Le modèle censé décrire l'évolution de ces trois quantités à toutes les échelles de temps et d'espace (pertinentes pour un estuaire) est le système de Navier-Stokes avec hypothèse hydrostatique et approximation de Bousinesq auquel on adjoint des équations de diffusion pour la température et la salinité (c.f. LIONS, TEMAM & WANG [22], SONG & HADVOGEL [32], HEDSTROM [19] et LEVASSEUR *et al.* [21])

Si l'espace est repéré par  $x, y, z$ , où  $(x, y)$  sont les coordonnées horizontales (l'axe des  $x$  pointe vers l'est et celui des  $y$  vers le nord) et  $z$  la coordonnée verticale, et si on pose  $(\mathbf{v}, w) = (\mathbf{v}(t, x, y, z), w(t, x, y, z)) = (u(t, x, y, z), v(t, x, y, z), w(t, x, y, z))$  la vitesse de l'eau,  $T = T(t, x, y, z)$  sa température,  $S = S(t, x, y, z)$

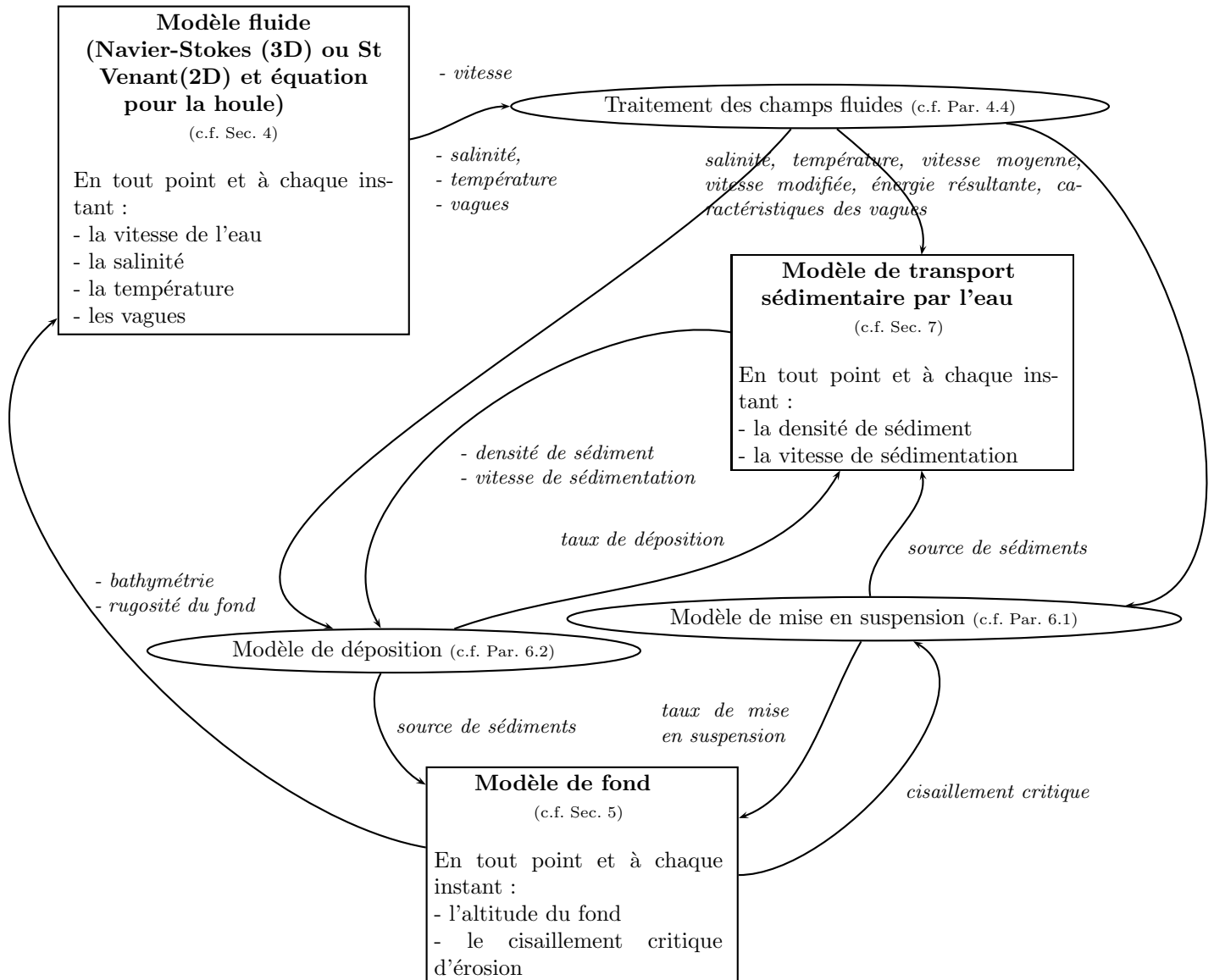


FIG. 1 – Les modèles de transport des sédiments fins sont le résultat de plusieurs modèles en interaction : un modèle décrivant l'évolution de l'eau ; un autre, l'évolution du fond et un troisième le transport des sédiments par la colonne d'eau.

sa salinité à l'instant  $t$  et en la position  $(x, y, z)$  et  $\rho = \rho(t, x, y, z)$  sa densité, ce système s'écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} - fv - \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial(\nu \frac{\partial u}{\partial z})}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + fu - \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial(\nu \frac{\partial v}{\partial z})}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -g\rho, \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} - \mu_T \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial(\nu_T \frac{\partial T}{\partial z})}{\partial z} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} + w \frac{\partial S}{\partial z} - \mu_S \left( \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial(\nu_S \frac{\partial S}{\partial z})}{\partial z} = 0, \quad (7)$$

$$\rho = \rho_0 + R(T, S). \quad (8)$$

Le système (3) décrit la dynamique horizontale de l'eau. Dans chacune de ces équations, les trois premiers termes constituent la dérivée particulaire de la vitesse, c'est à dire l'accélération que subit l'eau située à  $t$  au point  $(x, y, z)$ . Le quatrième terme est la composante ad-hoc du gradient de pression (c'est à dire l'opposé de la force de pression), divisée par une densité moyenne de l'eau  $\rho_0$ . Le cinquième terme est la composante ad-hoc de l'opposé de la force de Coriolis. Dans les deux derniers termes,  $\mu$  et  $\nu$  peuvent désigner la viscosité moléculaire  $\mu_{\text{eau}}$  de l'eau. Ce système traduit alors le principe fondamental de la dynamique. Il quantifie en chaque point comment la force de pression et de celle de Coriolis agissent sur l'évolution de la vitesse. Il quantifie également la conséquence sur cette dernière de la dissipation d'énergie cinétique par frottement entre les molécules.

Dans le cas d'un estuaire comme celui de la Vilaine, vu les dimensions spatiales en jeu, sachant que le paramètre de Coriolis  $f$  est de l'ordre de  $4 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  sous nos latitudes et que la viscosité moléculaire de l'eau  $\mu$  est de l'ordre de  $10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , les termes contenant la force de Coriolis et la viscosité peuvent être négligés. En d'autres termes on peut les retirer du système (3) sans nuire à sa validité.

Cependant, en ce qui concerne les termes de viscosité il est important de noter la chose suivante. Si le système (3) semble être capable de capter les effets à toutes les échelles (de l'échelle millimétrique à l'échelle kilométrique) une fois que l'espace physique est remplacé par un maillage, et que le système (3) (par nature continu) est remplacé par un système discret, ce n'est plus le cas. En particulier les phénomènes convectifs ou turbulents, dont les dimensions typiques sont sensiblement inférieures à la taille des mailles du maillage, ne sont plus captés par le modèle. Or, ils peuvent jouer un rôle important dans certaines configurations en absorbant de l'énergie cinétique dans des microstructures. Pour tenir compte de ces effets, il est usuel de laisser les deux derniers termes dans le système (3). Dans ce cas  $\mu$  et  $\nu$  ne désigne plus la viscosité moléculaire de l'eau mais des viscosités turbulentes horizontale et verticale. Celles-ci sont des constantes nettement plus grandes que la viscosité moléculaire de l'eau. Vu leur définition et leur objectif, elles n'ont pas le statut de réelles constantes physiques, mais plutôt le statut de constantes phénoménologiques, loin d'être parfaitement scientifiquement comprises. Ainsi, les valeurs de ces constantes connaissent un grande variabilité dans la littérature, variabilité qui dépend des dimensions caractéristiques des domaines étudiés et des maillages utilisés. Par exemple pour un domaine océanique, l'ordre de grandeur de  $\mu$  peut être  $10^4 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  (c.f. LIONS, TEMAM & WANG [22]) alors qu'en domaine estuarien, il est plutôt  $10 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  (c.f. LEVASSEUR *et al.* [21]). En ce qui concerne  $\nu$  la variabilité est encore plus importante ; en domaine océanique où les structures tourbillonnaires sont plutôt horizontales, la valeur de  $\nu$  peut être choisie de l'ordre de  $10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  alors qu'en domaine estuarien elle est plutôt choisie avec un ordre de grandeur identique à  $\mu$ .

Pratiquement, les valeurs précises de ces constantes sont plutôt fixées lors des étapes de calage des modèles.

L'équation (4) provient de l'écriture, pour  $w$ , d'une équation similaire à celles du système (3) dans laquelle intervient le poids de la colonne d'eau (qui s'exprime en fonction de  $\rho g(h(t, x, y) - z)$  où  $h(t, x, y)$  désigne

la hauteur de la surface libre en  $(x, y)$  puis à effectuer l'approximation hydrostatique. Celle-ci consiste à supposer que le domaine d'étude a des dimensions caractéristiques dans les directions horizontales extrêmement plus importantes que dans la direction verticale.

L'équation (5) traduit que l'eau est incompressible. Elle est, à la fois une contrainte pour le système (3) et un moyen de calculer la composante verticale  $w$  de la vitesse.

Les structures des équations (6) et (7) sont similaires. Ces équations expriment que l'évolution de la température et de la salinité sont le résultat d'un transport par l'eau et d'un processus de diffusion. La diffusion en jeu ici est du même type que celle décrite plus haut. C'est une diffusion turbulente dont la compréhension physique précise n'est que partielle. Les coefficients en jeu sont donc fixés lors d'étapes de calage des modèles. Généralement, les coefficients  $\mu_T$  et  $\mu_S$  sont quatre à dix fois plus petits que la viscosité turbulente horizontale de l'eau et  $\nu_T$  et  $\nu_S$  sont du même ordre de grandeur que la viscosité turbulente verticale de l'eau.

L'équation (8) exprime que la densité de l'eau est fonction de la température et de la salinité. L'équation internationale de l'état de la mer IES80 de l'UNESCO en donne une expression officielle.

Une fois qu'est connu le champ  $(\mathbf{v}, w)$ , il est possible de calculer la hauteur de la surface libre  $h = h(t, x, y)$  en chaque point  $(x, y)$  et à chaque instant  $t$  de la manière suivante. En intégrant le champ de vitesse, c'est à dire en résolvant l'équation suivante :

$$\frac{dX}{dt} = u(t, X, Y, Z), \quad \frac{dY}{dt} = v(t, X, Y, Z), \quad \frac{dZ}{dt} = w(t, X, Y, Z), \quad (9)$$

puis en transportant la répartition de quantité d'eau initiale selon les trajectoires  $(X, Y, Z)$ , on peut obtenir le volume occupé par l'eau à chaque instant  $t$ . La fonction  $h$  se déduit de cette information.

Au modèle (3 - 8) il faut adjoindre des conditions aux limites décrivant le comportement des champs  $\mathbf{v} = (u, v)$ ,  $w$ ,  $T$  et  $S$  à la surface libre de l'eau, sur le fond, et aux frontières latérales du domaine.

Pour un estuaire, sur la surface libre, à l'altitude  $h$ , (c'est à dire à chaque instant  $t$  et en chaque point  $(x, y, z)$  liés par la relation  $z = h(t, x, y)$ ) il est usuel et raisonnable de prendre les conditions suivantes :

$$w = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = \frac{\tau_{\text{vent}}}{\nu \rho}, \quad \text{où } \tau_{\text{vent}} = C_s \rho_{\text{air}} \mathbf{V}_{\text{vent}} |\mathbf{V}_{\text{vent}}|, \quad (11)$$

$$p = P_{\text{atm}}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{\rho \nu_T} (Q_{\text{ray}} + \alpha_{\text{air}} (T_{\text{air}} - T)), \quad (13)$$

$$\frac{\partial S}{\partial z} = \alpha_{\text{évaporé}} S. \quad (14)$$

Le membre de gauche de l'égalité (10) est la dérivée particulière de la hauteur d'eau, c'est à dire la vitesse verticale que subit un objet se déplaçant sur la surface libre avec la vitesse horizontale  $\mathbf{v} = (u, v)$ . Cette égalité traduit donc que la vitesse (dans la direction verticale) de l'eau à proximité de la surface libre est la vitesse des particules d'eau situées à proximité de cette surface libre.

En mécanique des fluides newtoniens, on considère que la contrainte de cisaillement (dans le fluide) est proportionnelle au gradient de la vitesse. Ainsi,  $\nu \partial \mathbf{v} / \partial z$  est une partie du tenseur des contraintes. En ce qui concerne le terme de gauche de (11),  $\tau_{\text{vent}} / \rho$  désigne la contrainte imposée par le vent sur la surface libre. Le vecteur  $\tau_{\text{vent}}$  est relié à la vitesse du vent (à 10 mètres au-dessus de la surface libre)  $\mathbf{V}_{\text{vent}} = (U_{\text{vent}}, V_{\text{vent}})$  par la formule donnée également dans (11) où  $\rho_{\text{air}}$  désigne la densité de l'air ( $1.2 \text{ kg/m}^3$ ) et où  $C_s$  est une constante valant 0.0014.

L'égalité (12) exprime que la pression à la surface libre est la pression atmosphérique.

Dans l'égalité (13),  $Q_{\text{ray}}$  désigne une quantité de chaleur transmise à l'eau par rayonnement et  $\alpha_{\text{air}}(T_{\text{air}} - T)$  celle transmise par convection. Cette dernière est proportionnelle à la différence entre la température du fluide à proximité de la surface libre et celle de l'air.

Enfin, la condition (14) dit que la variation de salinité (à proximité de la surface libre) est proportionnelle à la salinité avec un coefficient de proportionnalité  $\alpha_{\text{évaporé}}$  qui est fonction du bilan volumique de l'évaporation et des précipitations.

Sur le fond, qui est paramétré par  $z = b(x, y)$  les conditions suivantes sont placées :

$$w = u \frac{\partial b}{\partial x} + v \frac{\partial b}{\partial y}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = \frac{\tau}{\nu \rho}, \quad \text{où } \tau = C_b \rho \mathbf{v} |\mathbf{v}|, \quad (16)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad (17)$$

$$\frac{\partial S}{\partial z} = 0. \quad (18)$$

Dans le cadre d'une modélisation du transport sédimentaire, en toute rigueur, il faudrait considérer que le fond  $b$  dépend du temps. Cependant, l'échelle de temps à laquelle évolue le fond est substantiellement plus grande que celle à laquelle évoluent les champs fluides. Ainsi on peut négliger  $\partial b / \partial t$  devant les autres dérivées partielles de  $b$ . En conséquence le membre de droite de (15) est la dérivée particulière de  $b$ . Ainsi cette égalité exprime le fait que la vitesse verticale au fond est la dérivée particulière du fond.

(En ce qui concerne l'évolution du fond, elle est prise en compte par une actualisation récurrente de la fonction  $b$ .)

Dans l'équation (16),  $\tau / \rho$  est la contrainte de cisaillement que l'eau en mouvement impose au fond. La formule donnant cette contrainte comme une fonction de la vitesse au carré ( $\mathbf{v} |\mathbf{v}|$ ) est reliée à la notion de turbulence qui affirme qu'à la vitesse  $\mathbf{v}$  du fluide s'ajoutent des mouvements ayant lieux aux petites échelles. Ainsi pour tenir compte de ces mouvements, au lieu de considérer que le cisaillement de l'eau sur le fond est proportionnel à la vitesse, ce qui serait conforme à la physique d'un écoulement non turbulent, on choisit la formule donnée dans (16).

Les égalités (17) et (18) expriment que les flux de chaleur et de sel provenant du fond sont nuls.

On réalise usuellement une partition de la frontière horizontale du domaine : une partie sépare le domaine d'étude de la (haute) mer, une autre modélise la côte et une troisième est située aux embouchures des fleuves

Il y a une part d'arbitraire dans la localisation de la frontière séparant le domaine d'étude et la (haute) mer. Cette frontière ne doit être ni trop loin du domaine d'intérêt, afin de limiter le coût de l'étude, ni trop près pour limiter les conséquences sur l'étude de l'approximation que constitue la condition que l'on écrit sur elle. Il est usuel de prendre comme condition sur cette frontière les valeurs du champ de vitesse horizontale de l'eau, de la température et de salinité à chaque instant  $t$  :

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\text{mer}}, \quad T = T_{\text{mer}}, \quad S = S_{\text{mer}}. \quad (19)$$

Pour pouvoir également calculer la hauteur dans le domaine via la procédure expliquée avant l'équation (9), il faut également disposer de  $h$  à chaque instant sur cette frontière. En pratique, le couple  $(\mathbf{v}, h)$  peut s'obtenir à partir d'un modèle (régional ou bien mondial) de marée.

En chaque point de la côte, on désigne par  $\vec{n}$  le vecteur orthogonal au trait de côte, de norme 1 et pointant vers la terre. Sur cette partie de la frontière, on considère alors que la contrainte de cisaillement que l'eau

fait subir à la côte est nulle, que la vitesse du fluide est parallèle au trait de côte et que les flux de chaleur et de sel venant de la terre sont nuls. En d'autres termes on écrit, à chaque instant  $t$  et en tout point de la côte :

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \vec{n}} = 0, \quad \mathbf{v} \cdot \vec{n} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \vec{n}} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial \vec{n}} = 0, \quad (20)$$

où  $\partial/\partial \vec{n}$  désigne la dérivée dans la direction  $\vec{n}$ .

Aux embouchures des fleuves, les conditions s'écrivent

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\text{emb}}, \quad T = T_{\text{emb}}, \quad \frac{\partial S}{\partial \vec{n}} = 0. \quad (21)$$

Ces conditions donnent le champ de vitesse de l'eau et la température dans les embouchures, et disent que le flux de sel issu des fleuves est nul.

Si on se donne les champs fluides, la hauteur d'eau, la température de l'eau et sa salinité à un instant donné nommé 0 :

$$\mathbf{v}(0, \dots) = \mathbf{v}_0, \quad w(0, \dots) = w_0, \quad h(0, \dots) = h_0, \quad T(0, \dots) = T_0, \quad S(0, \dots) = S_0, \quad (22)$$

le système (3) - (21) permet de calculer ces champs à tous les instants

## 4.2 Modèle bi-dimensionnel (de type Saint-Venant ou Shallow-Water)

Dans certaines conditions, en particulier lorsque les dimensions caractéristiques du domaine d'étude dans les directions horizontales sont extrêmement plus grandes que dans la direction verticale et que les champs fluides ne sont pas stratifiés, le système tridimensionnel (3) - (21) peut être remplacé par le système de Saint-Venant bi-dimensionnel (ou Shallow-Water). Dans le cas où on néglige la force de Coriolis, celui-ci s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial((h-b)u)}{\partial x} + \frac{\partial((h-b)v)}{\partial y} &= 0, \quad (23) \\ \frac{\partial((h-b)u)}{\partial t} + \frac{\partial((h-b)u^2)}{\partial x} + \frac{\partial((h-b)uv)}{\partial y} + g(h-b)\frac{\partial h}{\partial x} + C_b|\mathbf{v}|u - C_s\frac{\rho_{\text{air}}}{\rho}|\mathbf{V}_{\text{vent}}|U_{\text{vent}} \\ - 2\nu\frac{\partial\left((h-b)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)\right)}{\partial x} - 2\nu\left(\frac{\partial\left((h-b)\frac{\partial u}{\partial x}\right)}{\partial x} + \frac{\partial\left(\frac{1}{2}(h-b)\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right)}{\partial y}\right) &= 0, \quad (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial((h-b)v)}{\partial t} + \frac{\partial((h-b)uv)}{\partial x} + \frac{\partial((h-b)v^2)}{\partial y} + g(h-b)\frac{\partial h}{\partial y} + C_b|\mathbf{v}|v - C_s\frac{\rho_{\text{air}}}{\rho}|\mathbf{V}_{\text{vent}}|V_{\text{vent}} \\ - 2\nu\frac{\partial\left((h-b)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)\right)}{\partial y} - 2\nu\left(\frac{\partial\left(\frac{1}{2}(h-b)\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right)}{\partial x} + \frac{\partial\left((h-b)\frac{\partial v}{\partial y}\right)}{\partial y}\right) &= 0, \quad (25) \end{aligned}$$

et décrit l'évolution de l'altitude  $h$  de la surface libre de l'eau et de la vitesse (moyennée sur la hauteur d'eau)  $\mathbf{v} = (u, v)$  de l'eau, connaissant la forme du fond  $b$ , la gravitation  $g$ , la densité de l'air  $\rho_{\text{air}}$ , celle de l'eau  $\rho$ , la vitesse du vent (à 10 mètres au-dessus de la surface libre)  $\mathbf{V}_{\text{vent}} = (U_{\text{vent}}, V_{\text{vent}})$  et la viscosité turbulente horizontale de l'eau  $\nu$ . Les constantes  $C_b$  et  $C_s$  sont celles qui apparaissent dans les formules (16) et (11).

Ce système a été établi, dans le cas où la viscosité est nulle, dans SAINT-VENANT [31]. Le cas de la viscosité non nulle a été traité dans GERBEAU & PERTHAME [15], lorsque la dimension horizontale est égale à 1 et dans le cas où elle est égale à 2 dans BOUCHUT *et al.* [10], BOUCHUT & WESTDICKENBERG [9], MARCHE [27, 28] et LUCAS [24, 23].



On trouve des variantes de ce modèle dans la littérature. En particulier dans [1] le système de Saint-Venant est écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial((h-b)u)}{\partial x} + \frac{\partial((h-b)v)}{\partial y} = 0, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial((h-b)u)}{\partial t} + \frac{\partial((h-b)u^2)}{\partial x} + \frac{\partial((h-b)uv)}{\partial y} + g(h-b)\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{g}{C_{cz}^2}|\mathbf{v}|u \\ - \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial((h-b)\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial((h-b)\tau_{xy})}{\partial y}\right) - \Phi(\mathbf{V}_{\text{vent}})U_{\text{vent}} = 0, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial((h-b)v)}{\partial t} + \frac{\partial((h-b)uv)}{\partial x} + \frac{\partial((h-b)v^2)}{\partial y} + g(h-b)\frac{\partial h}{\partial y} + \frac{g}{C_{cz}^2}|\mathbf{v}|v \\ - \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial((h-b)\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial((h-b)\tau_{yy})}{\partial y}\right) - \Phi(\mathbf{V}_{\text{vent}})V_{\text{vent}} = 0, \end{aligned} \quad (28)$$

où  $\tau$  désigne un tenseur de contraintes de cisaillement effectif,  $C_{cz}$  une constante dite "résistance de Chezy" et  $\Phi(\mathbf{V}_{\text{vent}})$  un terme de friction du vent.

Une fois que  $h$  et  $\mathbf{v}$  sont calculés, la température et la salinité peuvent l'être en résolvant des équations d'advection - diffusion bi-dimensionnelles. Si les effets d'échange de chaleur avec l'air sont négligés, l'équation pour la température s'écrit :

$$\frac{\partial((h-b)T)}{\partial t} + \frac{\partial((h-b)uT)}{\partial x} + \frac{\partial((h-b)vT)}{\partial y} - \mu_T\left(\frac{\partial((h-b)\frac{\partial T}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial((h-b)\frac{\partial T}{\partial y})}{\partial y}\right) = 0, \quad (29)$$

et celle pour la salinité s'écrit :

$$\frac{\partial((h-b)S)}{\partial t} + \frac{\partial((h-b)uS)}{\partial x} + \frac{\partial((h-b)vS)}{\partial y} - \mu_S\left(\frac{\partial((h-b)\frac{\partial S}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial((h-b)\frac{\partial S}{\partial y})}{\partial y}\right) = 0. \quad (30)$$

Dans ces équations  $\mu_T$  et  $\mu_S$  sont des coefficients de viscosité turbulente pour la température et la salinité. La densité (moyennée sur la hauteur d'eau) peut ensuite être obtenue en utilisant une relation du type (8).

À ces équations, doivent être adjointes des conditions aux limites du type (19), (20) et (21) et une condition initiale

$$\mathbf{v}(0, ..) = \mathbf{v}_0, \quad h(0, ..) = h_0, \quad T(0, ..) = T_0, \quad S(0, ..) = S_0. \quad (31)$$

### 4.3 Modèle de propagation des vagues

Les systèmes ((3) - (21)) ((23), (24), (25), (29), (30)) ou ((26), (27), (28), (29), (30)) décrivent les phénomènes fluides dans des gammes d'échelles temporelles et spatiales suffisantes pour pouvoir être utilisés pour simuler la propagation des vagues. Cependant, pour ce faire il faudrait utiliser un maillage spatial avec une taille de mailles petite devant la longueur d'onde des vagues et un pas de temps petit devant leur période. Cela rendrait le calcul beaucoup trop coûteux.

Ainsi, pour propager les vagues, il est préférable d'utiliser une autre démarche consistant à utiliser un modèle décrivant la manière dont le spectre des vagues est transporté par le fluide. Ce modèle est une équation aux dérivées partielles régissant l'évolution de la fonction densité d'action  $\mathcal{N} = \mathcal{N}(x, y, \sigma, \theta)$  reliée à la fonction densité d'énergie en la position  $(x, y)$  en la pulsation angulaire relative  $\sigma$  et dans la direction de propagation  $\theta$  :  $\mathcal{E} = \mathcal{E}(x, y, \sigma, \theta)$  par  $\mathcal{N} = \mathcal{E}/\sigma$ . Dans ARDHUIN [6] une description synthétique de la modélisation des vagues est effectuée (voir également [4]). La question de la déformation des vagues lorsqu'elles s'approchent de la côte est abordée dans ARDHUIN & HERBERS [8].

Pour écrire l'équation recherchée, il faut d'abord définir la vitesse angulaire relative  $\sigma$  comme étant la pulsation des vagues observée dans un repère se déplaçant à la vitesse du courant  $\mathbf{v} = (u, v)$ . Elle est

reliée à la pulsation  $\omega$  observée dans un repère fixe par la relation  $\omega = \sigma + k \cos(\theta)u + k \sin(\theta)v$  où  $k$  est la norme du vecteur d'onde  $\mathbf{k} = (k \cos(\theta), k \sin(\theta))$ . Ensuite, il faut introduire la loi de dispersion qui relie  $\sigma$ ,  $k$  et la hauteur d'eau  $(h - b)$ . Elle s'écrit :

$$\sigma = \sqrt{gk \tanh(k(h - b))}. \quad (32)$$

La vitesse de phase des vagues, qui est la vitesse à laquelle les vagues associées à une onde ayant comme nombre d'onde  $\mathbf{k}$  se déplacent dans un repère se déplaçant à la vitesse du courant  $\mathbf{v}$ , est donnée par :

$$c_\varphi \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{pmatrix}, \text{ où } c_\varphi = \frac{\sigma}{k} = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh(k(h - b))}. \quad (33)$$

Dans le cas où les vagues sont constituées d'un train d'ondes avec des nombres d'ondes dispersés dans un voisinage de  $\mathbf{k}$ , la vitesse de phase est la vitesse à laquelle, par exemple, la crête des vagues semble avancer (dans un repère se déplaçant à la vitesse  $\mathbf{v}$ ). Dans ce cas on définit aussi la vitesse de groupe, qui est la vitesse à laquelle l'ensemble des vagues semble se déplacer (dans un repère se déplaçant à la vitesse  $\mathbf{v}$ ). Elle est donnée par :

$$c_g \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{pmatrix}, \text{ où } c_g = \frac{\partial \sigma}{\partial k} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2k(h - b)}{\sinh(2k(h - b))} \right) \frac{\sigma}{k}. \quad (34)$$

Enfin, on utilise le fait que  $\mathcal{N}$  est un invariant adiabatique, c'est à dire que  $\mathcal{N}$  varie significativement à une échelle de temps qui est grande devant le temps que mettent les vagues pour se propager, par exemple, de la haute mer à la côte. Ainsi, l'équation aux dérivées partielles pour  $\mathcal{N}$  traduit que, en l'absence de sources (vent, frottements, *etc.*) la quantité d'action totale (c'est à dire stockée dans toutes les fréquences possibles), vue dans un repère se déplaçant à la vitesse de groupe, est constante.

Au finale l'équation recherchée s'écrit

$$\frac{\partial \mathcal{N}}{\partial t} + \frac{\partial((c_g \cos(\theta) + u)\mathcal{N})}{\partial x} + \frac{\partial((c_g \sin(\theta) + v)\mathcal{N})}{\partial y} + \frac{\partial(c_\sigma \mathcal{N})}{\partial \sigma} + \frac{\partial(c_\theta \mathcal{N})}{\partial \theta} = \Sigma, \quad (35)$$

où

$$c_\sigma = \frac{\sigma k}{\sinh(2k(h - b))} \left( \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial((h - b)u)}{\partial x} + \frac{\partial((h - b)v)}{\partial y} \right) - c_g k \left( \cos(\theta) \left( \frac{\partial u}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial u}{\partial y} \sin(\theta) \right) + \sin(\theta) \left( \frac{\partial v}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial v}{\partial y} \sin(\theta) \right) \right), \quad (36)$$

$$c_\theta = -\frac{1}{k} \left( \frac{\sigma k}{\sinh(2k(h - b))} \left( -\frac{\partial(h - b)}{\partial x} \sin(\theta) + \frac{\partial(h - b)}{\partial y} \cos(\theta) \right) \right) - \cos(\theta) \left( -\frac{\partial u}{\partial x} \sin(\theta) + \frac{\partial u}{\partial y} \cos(\theta) \right) - \sin(\theta) \left( -\frac{\partial v}{\partial x} \sin(\theta) + \frac{\partial v}{\partial y} \cos(\theta) \right), \quad (37)$$

et où  $\Sigma$  décrit comment l'énergie des vagues est modifiée par le vent ou par les frictions sur le fond. La déduction des lois de transfert d'énergie du vent aux vagues peut être trouvée dans ARDUIN, CHAPRON & ELFOUHAILY [7]

#### 4.4 Post-traitement des champs fluides

Une fois que la vitesse de l'eau, sa température, sa salinité et les caractéristiques des vagues sont connues en tous les points du domaine, il est nécessaire de leur faire subir un post-traitement afin de connaître la valeur de la vitesse de l'eau à proximité du fond.

Dans le cas où les champs fluides ont été calculés par un modèle tridimensionnel les deux seules choses à faire sont :

- de calculer l’effet combiné de la vitesse due aux courants (celle calculée par l’équation (3)) et de celle due aux vagues;
- de prendre en compte le fait que les phénomènes turbulents ont pour conséquence que de l’énergie cinétique du fluide est stockée dans des structures de petite taille et n’est pas prise en compte dans la vitesse des courants (ceux calculés par (3)).

Ainsi, on peut considérer qu’il existe une énergie résultante près du fond dont l’expression peut être (voir LUMBORG & WINDELIN [26]) :

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{\text{tur}}(t, x, y) = & \frac{1}{2} \rho(t, x, y) (|\gamma_c(\mathbf{v}(t, x, y, b(x, y)))|^2 + |\gamma_v(\mathcal{N}(t, x, y), h(t, x, y) - b(x, y))|^2 \\ & + 2\gamma_c(\mathbf{v}(t, x, y, b(x, y))) \cdot \gamma_v(\mathcal{N}(t, x, y), h(t, x, y) - b(x, y))) \quad (38) \end{aligned}$$

où  $\gamma_c(\mathbf{v}(t, x, y, b(x, y)))$  donne la vitesse, prenant en compte les effets de la turbulence comme une fonction de la vitesse calculée par l’équation (3) à proximité du fond et où  $\gamma_v(\mathcal{N}(t, x, y), h(t, x, y) - b(x, y))$  donne la vitesse provoquée par les vagues à proximité du fond comme une fonction de la densité d’action et de la hauteur d’eau.

Dans le cas où les champs fluides ont été calculés par un modèle bi-dimensionnel, on ne dispose que d’un champ de vitesse moyennée sur la verticale. Pour disposer de la vitesse à proximité du fond (avant de prendre en compte la turbulence et les effets combinés des courants et des vagues), il faut faire des hypothèses sur le profil du courant selon la direction verticale.

Dans les zones où un chenal existe, il faut également prendre en compte le fait que la courbure du chenal génère dans l’eau un mouvement hélicoïdal (qui suit le chenal), et ainsi modifier en conséquence la vitesse de l’eau au fond.

La thèse de DE VRIEND [11] et l’article de DE VRIEND & STIVE [12] détaillent ces aspects.

## 5 Modèles pour le fond

Le modèle décrivant l’évolution du fond doit fournir au modèle fluide la bathymétrie et la rugosité du fond. Il doit également fournir au modèle décrivant comment les sédiments sont transportés par la colonne d’eau, par l’intermédiaire d’un modèle de mise en suspension, la quantité et les caractéristiques des sédiments provenant du fond.

En retour, le modèle de déposition fournit au modèle de fond la quantité et la qualité des sédiments que la colonne d’eau dépose.

Ce type de modèle est utilisé par exemple dans LUMBORG & WINDELIN [26], LUMBORG[25] et HIBMA, SCHUTTELAARS & DE VRIEND [20].

Le modèle de fond décrit l’évolution temporelle en chaque point  $(x, y)$  de trois quantités : la bathymétrie  $b(t, x, y)$ , le coefficient  $C_b(t, x, y)$  et la contrainte de cisaillement  $\tau_{\text{mes}}(t, x, y)$  à partir de laquelle le sédiment est remis en suspension.

Étant donnée une fonction  $b_0(x, y)$ , connue, et donnant l’altitude du socle rocheux, le modèle le plus simple et très utilisé pour la contrainte de cisaillement critique donne une valeur infinie de  $\tau_{\text{mes}}(t, x, y)$  si  $b(t, x, y) = b_0(x, y)$ , c’est à dire si le fond est rocheux, et fournit la valeur de cisaillement critique du sédiment considéré si  $b(t, x, y) > b_0(x, y)$ .

Pour le coefficient de frottement  $C_b(t, x, y)$ , il donne la valeur correspondant à du rocher si  $b(t, x, y) = b_0(x, y)$  et la valeur correspondant à la vase si  $b(t, x, y) > b_0(x, y)$ .

L’équation d’évolution pour  $h$  s’écrit à partir de la source de sédiment  $\mathcal{M}_d$  et du taux de remise en suspension  $\mathcal{M}_e$ . La source de sédiment  $\mathcal{M}_d(t, x, y)$  est fournie par le modèle de déposition. C’est la densité de masse de sédiment déposé en chaque point  $(x, y)$  par unité de temps autour de l’instant  $t$ . Le taux de mise en suspension  $\mathcal{M}_e(t, x, y)$ , qui est fourni par le modèle de mise en suspension, est la densité de masse du sédiment mis en suspension en chaque point  $(x, y)$  par unité de temps autour de  $t$ .

L'équation pour  $b$  s'écrit alors :

$$\frac{\partial b}{\partial t} = C_{\mathcal{M}b}(\mathcal{M}_d - \mathcal{M}_e), \quad (39)$$

où  $C_{\mathcal{M}b}$  est liée à la masse volumique du sédiment.

En pratique, l'échelle caractéristique de l'évolution du fond  $b$  et du coefficient de rugosité  $C_b$  est très grande devant celle des phénomènes fluides ou de transport sédimentaire. En conséquence lors d'une simulation d'une situation réelle, la mise à jour de  $h$  via une approximation de (39) se fait beaucoup moins fréquemment que les autres champs (vitesse de l'eau, sédiment dans la colonne d'eau, *etc.*). Il faut donc mettre en place une stratégie pour cumuler les quantités  $\mathcal{M}_d$  et  $\mathcal{M}_e$  entre deux instants de mise à jour de  $b$ .

## 6 Modèles d'interaction fond - fluide

### 6.1 Modèles de mise en suspension

Le modèle de mise en suspension reçoit du modèle de fond la valeur de la contrainte de cisaillement critique  $\tau_{\text{mes}}(t, x, y)$ . Il reçoit du post-traitement des champs fluides les valeurs de l'énergie résultante  $\mathbf{e}_{\text{tur}}(t, x, y)$  (*c.f.* formule (38)) et la densité de l'eau  $\rho(t, x, y)$  au voisinage du fond, les caractéristiques des vagues et la hauteur d'eau.

A partir de ces quantités, il calcule la contrainte de cisaillement, à chaque instant  $t$  et en tout point  $(x, y)$ , que l'eau fait subir au fond via une formule du type

$$\tau_{\text{eff}}(t, x, y) = f_{\text{vag}} \mathbf{e}_{\text{tur}}(t, x, y) \quad (40)$$

où  $f_{\text{vag}}$  est lié aux caractéristiques des vagues. Cette formule est celle utilisée dans LUMBORG & WINDELIN [26].

Un fois  $\tau_{\text{eff}}$  calculée, le modèle peut calculer la densité de masse du sédiment  $\mathcal{M}_e(t, x, y)$  mis en suspension en chaque point  $(x, y)$  par unité de temps autour de  $t$  en utilisant, par exemple, la formule utilisée dans LUMBORG & WINDELIN [26] :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_e &= E_{\text{mes}} \exp\left(\alpha_{\text{mes}} \sqrt{\tau_{\text{mes}} - \tau_{\text{eff}}}\right), \text{ si } \tau_{\text{mes}} > \tau_{\text{eff}}, \\ &= 0, \text{ sinon,} \end{aligned} \quad (41)$$

où  $E_{\text{mes}}$  et  $\alpha_{\text{mes}}$  sont deux constantes.

La valeur de  $\mathcal{M}_e(t, x, y)$  est ensuite fournie au modèle de fond comme un taux de mise en suspension et au modèle de transport des sédiments par l'eau comme une source de sédiments.

### 6.2 Modèles de déposition

Le modèle de déposition reçoit du modèle de transport sédimentaire par l'eau la densité de sédiments  $\mathcal{C}$  et la vitesse de sédimentation  $w_s$  à proximité du fond, et, du post-traitement des champs fluides les valeurs de l'énergie résultante  $\mathbf{e}_{\text{tur}}$  (*c.f.* formule (38)) et la densité de l'eau  $\rho$  au voisinage du fond, les caractéristiques des vagues et la hauteur d'eau ( $h - b$ ).

Il calcule alors la contrainte de cisaillement  $\tau_{\text{eff}}$  par la formule du type (40) puis la densité de masse du sédiment  $\mathcal{M}_d$  déposé (par unité de temps) en utilisant, par exemple, la formule utilisée dans LUMBORG & WINDELIN [26] :

$$\mathcal{M}_d = \beta_{\text{dép}} \left(1 - \frac{\tau_{\text{eff}}}{\tau_{\text{dép}}}\right) \mathcal{C} w_s \quad (42)$$

où  $\beta_{\text{dép}}$  est une constante et  $\tau_{\text{dép}}$  est une autre constante appelée cisaillement critique de déposition.

La valeur de  $\mathcal{M}_d(t, x, y)$  en chaque point  $(x, y)$  est ensuite fournie, à chaque instant  $t$ , au modèle de fond comme une source de sédiments et au modèle de transport des sédiments par l'eau comme un taux de déposition.

## 7 Modèles de transport - Vitesse de sédimentation

A l'instar de ce qui est décrit en section (4), l'évolution de la densité  $\mathcal{C}$  de masse de sédiment peut faire appel à un modèle tridimensionnel ou à un modèle bi-dimensionnel. Un modèle tridimensionnel décrira l'évolution de  $\mathcal{C}(t, x, y, z)$  qui est la densité de masse de sédiment à l'instant  $t$  et en la position  $(x, y, z)$ . Un modèle bi-dimensionnel décrira l'évolution de la densité de masse de sédiment  $\mathcal{C}(t, x, y)$  moyennée sur la hauteur d'eau à l'instant  $t$  et en la position  $(x, y)$ .

### 7.1 Modèle tridimensionnel

L'équation tridimensionnelle modélisant l'évolution de  $\mathcal{C} = \mathcal{C}(t, x, y, z)$ , traduisant que le mouvement des particules de sédiment dans la colonne d'eau est la résultante d'un transport par l'eau, d'une chute des particules de sédiment dans la colonne d'eau et d'une diffusion, s'écrit :

$$\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial y} + (w - w_s) \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial z} - \mu \left( \frac{\partial^2 \mathcal{C}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{C}}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial (\nu \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial z})}{\partial z} = 0. \quad (43)$$

Dans cette équation,  $(\mathbf{v}, w) = (\mathbf{v}(t, x, y, z), w(t, x, y, z)) = (u(t, x, y, z), v(t, x, y, z), w(t, x, y, z))$  désigne le champ de vitesse de l'eau et est fourni par le modèle de champ fluide (éventuellement modifié par le post-traitement), et,  $\mu$  et  $\nu$  désignent les viscosités turbulentes horizontale et verticale.

Enfin  $w_s = w_s(t, x, y, z)$  désigne la vitesse de chute ou vitesse de sédimentation ou settling velocity des particules de sédiment à l'instant  $t$  et en la position  $(x, y, z)$ . Cette vitesse dépend des caractéristiques de l'eau, de celles des sédiments mais aussi de la densité de sédiment dans l'eau.

Il faut munir l'équation (43) de conditions aux limites. Sur la surface libre, à l'altitude  $z = h(t, x, y)$ , on pose

$$\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial z} = 0, \quad (44)$$

traduisant qu'aucun sédiment n'entre dans le domaine par cette surface.

Sur le fond, c'est à dire à l'altitude  $z = b(t, x, y)$ , on écrit une condition traduisant que le flux de sédiment est la résultante d'un flux entrant dans la colonne d'eau  $\mathcal{M}_e$ , fourni par le modèle de mise en suspension et d'un flux en sortant  $\mathcal{M}_d$  calculé par le modèle de déposition :

$$\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial z} = \mathcal{M}_e - \mathcal{M}_d. \quad (45)$$

Comme dans le contexte du modèle fluide et avec la même part d'arbitraire, la frontière horizontale du domaine peut être partitionnée en trois. Une d'entre elles matérialise la côte, une deuxième est située aux embouchures des fleuves et une troisième sépare le domaine d'étude et la (haute) mer. Sur la première, on écrit une condition du type

$$\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial \vec{n}} = 0, \quad (46)$$

où  $\vec{n}$  a la même définition qu'en page 7, traduisant que le flux de sédiment provenant de la côte est nul. Si aux embouchures des fleuves la densité de sédiment et la vitesse de l'eau sont connues, il sera possible d'estimer à chaque instant la densité de flux de sédiments  $\mathcal{M}_{\text{emb}}$  en tous les points de la partie de la surface latérale constituée de l'extension verticale de la partie de la frontière située aux embouchures. On écrira alors sur cette surface la condition suivante :

$$\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial \vec{n}} = -\mathcal{M}_{\text{emb}}. \quad (47)$$

De la même manière, on pourra écrire en tous les points de la partie de la surface latérale constituée de l'extension verticale de la partie la frontière entre la (haute) mer et le domaine d'étude la condition

$$\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial \vec{n}} = -\mathcal{M}_{\text{mer}}, \quad (48)$$

où  $\mathcal{M}_{\text{mer}}$  est une densité de flux de sédiments. Toutefois si (par exemple) le domaine d'étude est suffisamment grand, il est possible de remplacer cette dernière condition par

$$\mathcal{C} = 0, \quad (49)$$

traduisant que l'eau ne contient plus de matière en suspension sur cette partie de la frontière.

Une fois posées ces égalités, la question importante qui reste en suspens est la détermination de la vitesse de sédimentation  $w_s$ . Cette question fait à l'heure actuelle l'objet d'une activité de recherche importante. Les méthodes et formules usuelles sont implémentées dans Mike et en particulier expliquées dans sa documentation scientifique [3] et [5].

## 7.2 Sédimentation standard

L'idée la plus simple, et dont la validité est avérée lorsque la quantité de matière en suspension dans la colonne d'eau est très peu importante, consiste à considérer que  $w_s$  est une constante. Cette constante dépend du type de sédiment présent dans la zone d'étude.

Pour des concentrations en sédiment plus élevées, mais inférieures à  $10 \text{ kg/m}^3$ , des phénomènes de floculation des particules de sédiment doivent être pris en compte. Pour cela on considère que la vitesse de sédimentation dépend de la concentration en sédiment. On considère alors une formule du type de celle proposée par VAN RIJN [34] :

$$w_s(t, x, y, z) = k_w (\mathcal{C}(t, x, y, z))^{\gamma_w}, \quad (50)$$

où  $k_w$  et  $\gamma_w$  ( $1 \leq \gamma_w \leq 2$ ) sont des coefficients dépendant du type de sédiment. Ces coefficients sont à ajuster lors des phases de calage du modèle.

## 7.3 Sédimentation écrantée

Quand la concentration en sédiment dans la colonne d'eau est supérieure à  $10 \text{ kg/m}^3$ , les particules de sédiment ne chutent plus librement car elle sont continuellement en interaction les unes avec les autres. Dans ces conditions, on parle de "Hindered Settling" (en anglais) que l'on peut traduire par "Sédimentation Écrantée" ou "Sédimentation Limitée".

Plusieurs auteurs ont proposé des formules pour  $w_s$  dans ce contexte. RICHARDSON & ZAKI [30] ont proposé la formule phénoménologique suivante :

$$w_s(t, x, y, z) = w_{s,r} \left( 1 - \frac{(\mathcal{C}(t, x, y, z))^{w_{s,n}}}{\mathcal{C}_{\text{gel}}} \right), \quad (51)$$

où la valeur de référence  $w_{s,r}$ , l'exposant  $w_{s,n}$  et la valeur  $\mathcal{C}_{\text{gel}}$  de la concentration à partir de laquelle la floculation commence doivent être déterminées à l'aide de mesures et d'expériences de calage.

Récemment, WINTERWERP [35] a proposé une formule basée sur une analyse fine de la physique et de la géométrie du phénomène de floculation. Celle-ci s'écrit :

$$w_s(t, x, y, z) = w_{s,r} \frac{(1 - \phi_*(t, x, y, z))(1 - \phi_p(t, x, y, z))}{1 + 2.5\phi(t, x, y, z)}, \quad (52)$$

où  $\phi_p(t, x, y, z)$  est le rapport de la concentration en sédiment et de la densité des grains de sédiment considéré avant la floculation,  $\phi(t, x, y, z)$  est la concentration volumique de particules floculées et  $\phi_* = \min\{1, \phi\}$ .

Dans le cas où la floculation est la conséquence d'un facteur biologique, VAN LEUSSEN [33] a proposé d'utiliser la formule suivante (voir aussi EISMA [13]) :

$$w_s(t, x, y, z) = w_{s,r} (1 - c_1 e^{c_2}), \quad (53)$$

où  $c_1$  et  $c_2$  doivent être fixées lors du calage du modèle.

Comme en témoigne la production scientifique actuelle sur le sujet (voir par exemple INTERCOH'07 [2] sessions 8, 9 et 10), ces formules ne constituent pas une référence inaliénable. La recherche encore très active sur ce sujet illustre que nombre des phénomènes mécaniques, physiques et biologiques en jeu dans la cohésion et la floculation des sédiments doivent encore être explorés pour être en mesure d'établir un catalogue de formules donnant, pour chaque situation, la vitesse de sédimentation de manière simple et fiable.

## 7.4 Modèles bi-dimensionnels

Dans le cas où l'on souhaite décrire la densité de masse  $\mathcal{C}(t, x, y)$  moyennée sur la hauteur d'eau ( $h(t, x, y) - b(x, y)$ ), en cohérence avec l'équation (43) et les conditions aux limites (44) et (45), on considère l'équation suivante comme un bon modèle :

$$\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial y} - \mu \left( \frac{\partial^2 \mathcal{C}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{C}}{\partial y^2} \right) = \frac{\mathcal{M}_e - \mathcal{M}_d}{h - b}. \quad (54)$$

À cette équation on adjoint des conditions du type (46), (47) et (48) qui s'écrivent ici non pas sur une surface latérale du domaine mais sur les lignes constituant les frontières.

Il est possible de généraliser le modèle qu'on vient juste de décrire en considérant plusieurs fonctions  $\{\mathcal{C}_1(t, x, y), \mathcal{C}_2(t, x, y), \dots\}$  représentant les densités de masse de sédiments dans des couches successives, moyennées sur la hauteur de chaque couche. Chacune de ces fonctions est solution d'une équation du type :

$$\frac{\partial \mathcal{C}_k}{\partial t} + u \frac{\partial \mathcal{C}_k}{\partial x} + v \frac{\partial \mathcal{C}_k}{\partial y} - \mu \left( \frac{\partial^2 \mathcal{C}_k}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{C}_k}{\partial y^2} \right) = \frac{S_k}{H_k}. \quad (55)$$

où  $H_k = H_k(t, x, y)$  est la hauteur d'eau de la  $k$ -ième couche et où  $S_k$  est un terme source lié généralement à la vitesse de sédimentation dans les couches  $k - 1$ ,  $k$  et  $k + 1$ . Par exemple, si la couche la plus basse porte le numéro 1,  $S_1 = \mathcal{M}_e - \mathcal{M}_d + T_{12}$  où  $T_{12}$  quantifie le transfert de sédiment de la couche numéro 1 vers la couche numéro 2.

Certains modèles considèrent que la couche numéro 1 (la plus basse) est une couche de vase fluide où l'équation (55) pour  $k = 1$  est remplacée par une équation du type

$$\frac{\partial \mathcal{C}_1}{\partial t} = \frac{S_1}{H_1}. \quad (56)$$

Cette couche permet de prendre en compte les phénomènes dit de "consolidation" et est en particulier utilisée pour les simulations hydro-sédimentaires sur de longues périodes de temps.

Il est possible de généraliser tout ce qui vient d'être décrit au cas où on considère un sédiment constitué de plusieurs types de grain. Il faut alors écrire les modèles de transport, mise en suspension et déposition pour chaque type de grain.

## 8 Sur les sédiments de l'estuaire de la Vilaine

Les sédiments présents dans l'estuaire de la Vilaine ont des caractéristiques particulières induisant un comportement hydro-sédimentaire atypique par certains aspects.

Les différentes études menées sur les sédiments de la Vilaine depuis plus de 40 ans, montrent qu'actuellement, les sédiments de l'estuaire sont principalement constitués de particules inférieures à  $45\mu m$ . En fonction de la saison et de la succession d'événements sédimentaires particuliers, le pourcentage de

fraction fine, en un point, peu varier de 10 à 99 % (cas de l'embouchure, entre les pointes de PenLan et du Halguen). Par rapport à d'autres environnements estuariens (cas de la Baie de Marennes-Oléron et des estuaires de la Charente et de la Seudre, voir GOUBERT [16]), les fractions fines ( $< 45\mu m$ ) sont enrichies en carbone organique provenant de molécules organiques fraîches (mucus, polysaccharides, tapis de bactéries, tapis de diatomées, *etc.*). À l'inverse, la part de fraction carbonatée est plus faible en Vilaine, alors que la production biogénique semble être aussi intense que dans le cas de Marennes-Oléron. Les fractions fines ( $< 45\mu m$ ) de Vilaine sont donc riches en matières organiques fraîches, riches en minéraux argileux et pauvres en carbonates. Les fractions fines de l'estuaire de la Vilaine ont donc une grande capacité à flocculer en raison des fortes teneurs en matières organiques fraîches, en minéraux argileux et en fonction des variations de salinité et de température.

L'interface eau/sédiment est caractérisée par la présence, parfois, d'une couche de vase fluide organique oxydée, dont l'épaisseur est généralement de l'ordre du centimètre. Selon le lieu et la saison, cette couche peut atteindre 70cm (exemple, lors de la crue de janvier 1995 dans le secteur de Kervoyal et des Mats, voir GOUBERT [16]). La dynamique de cette couche semble être dépendante des débits de la Vilaine et des coups de vent. En raison des fortes teneurs en matières organiques fraîches, cette couche de surface se présente, à la loupe, sous forme d'un feutrage organique agglomérant des particules argileuses et aboutissant à la formation d'une phase fluide complexe de type visco-élastique ou visco-plastique.

Une autre caractéristique de l'estuaire de la Vilaine est la dynamique active de la faune et flore benthique. Ainsi, une fois déposés les sédiments sont rapidement colonisés par des organismes benthiques végétaux ou animaux plus ou moins fouisseurs. Les caractéristiques mécaniques des sédiments déposés vont donc dépendre de l'intensité de ces perturbations biologiques. L'intensité de ces bioturbations dépend de la saison (rythme biologique de reproduction), de la température et de la salinité, des teneurs en matières organiques fraîches, des teneurs en oxygène, de l'intensité des courants, de l'épaisseur de sédiments oxygénés. Ainsi, l'état de consolidation de la colonne sédimentaire est dépendante de l'activité biologique.

Ces données proviennent principalement des travaux de GOUBERT (voir GOUBERT [16], GOUBERT & MENIER [17], GASTINE [14] et GOUBERT *et al.* [18]) et des observations faites par GOUBERT depuis 2006.

## 9 Adéquation - Inadéquation des modèles existants aux sédiments de l'estuaire de la Vilaine

Les caractéristiques listées ci-dessus sont actuellement peu modélisées et même souvent mal comprises. Il semble donc difficile de les prendre en compte de manière fine dans un modèle hydro-sédimentaire de l'estuaire de la Vilaine construit à partir de produit du marché.

Ainsi un tel modèle pourra difficilement décrire ou reproduire de manière quantitativement exacte le comportement de l'estuaire.

Cependant, les phénomènes décrits ci-dessus ont sans doute une action résultante à long terme peu importante sur la morphologie de l'estuaire. Donc pour répondre à des questions du type

- l'estuaire est-il arrivé à un état d'équilibre ?
- quelle sera l'influence d'un dragage dans l'estuaire ?
- quelles seront les conséquences sur l'estuaire d'une élévation du niveau moyen des océans ?

les modèles actuellement implantés dans les logiciels du marché (et en particulier la suite Mike) donneront des résultats qualitativement satisfaisant.

## 10 Pistes de modélisation

Deux pistes semblent pertinentes pour améliorer les capacités des modèles à décrire le comportement des sédiments du type rencontré dans l'estuaire de la Vilaine.

La première serait d'incorporer dans les modèles une couche de vase fluide dont le comportement serait décrit par un modèle de fluide complexe de type visco-élastique ou visco-plastique. Cela amènerait à faire évoluer le modèle-cadre générique du transport des sédiments fins présenté en figure 1 vers une version présentée en figure 2. Le modèle de fond se décomposerait en deux compartiments. Un sous-modèle de



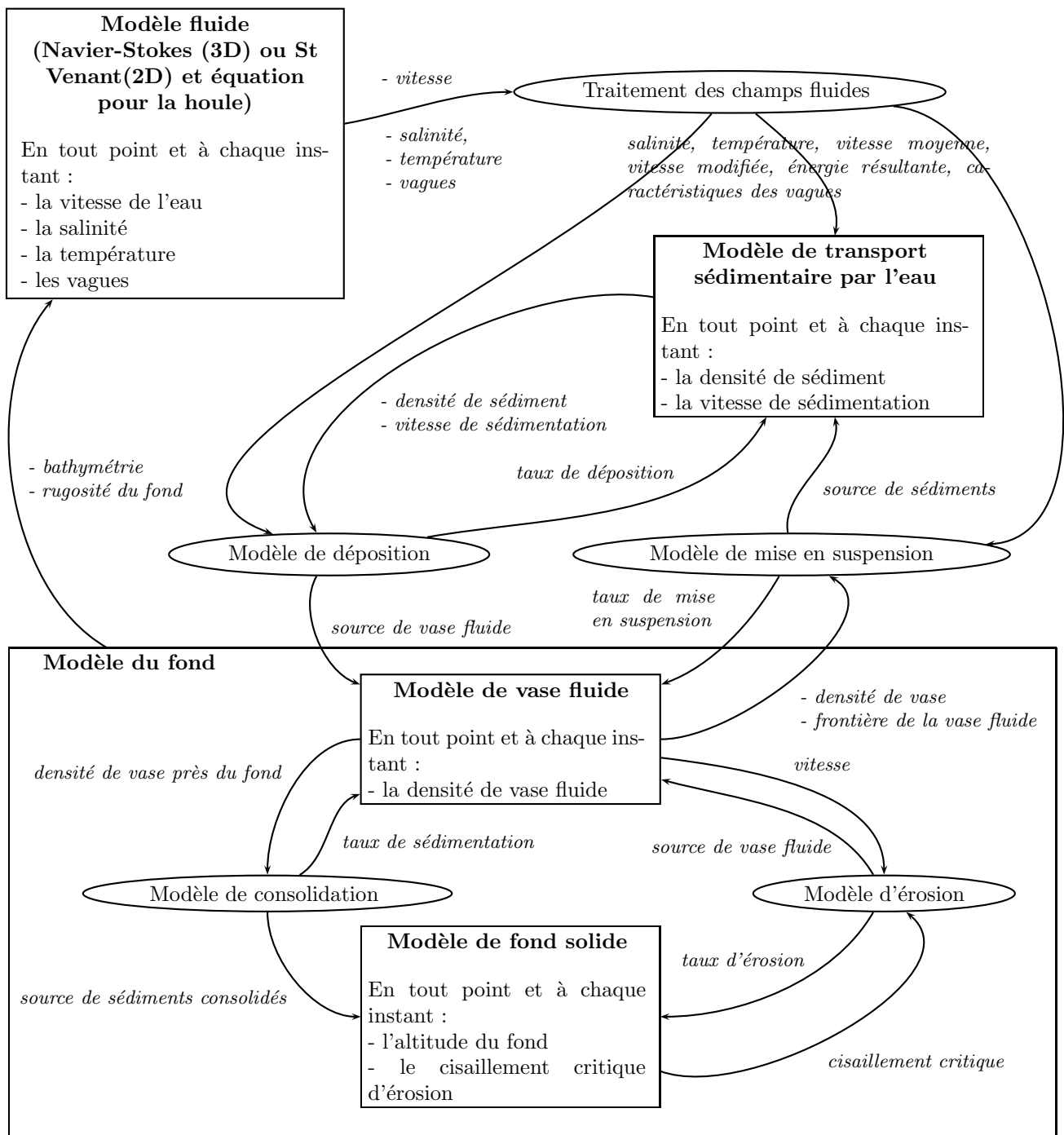


FIG. 2 – Évolution du modèle générique du transport des sédiments fins envisagée

vase fluide décrirait le comportement des sédiments non encore consolidés qui se comportent comme un fluide complexe, et, un second sous-modèle décrirait l'évolution du fond une fois consolidé.

La jonction entre ces deux sous-modèles serait assurée par deux modèles (consolidation et érosion) quantifiant, en fonction des caractéristiques de la vase fluide et du fond solide, ce qui passe à chaque instant d'un compartiment à l'autre.

La seconde piste consisterait à établir un modèle ayant la capacité à décrire la possibilité que les sédiments ont de s'amalgamer et de se désamalgamer en fonction des conditions les environnant.

Pour cela la complexité des sédiments serait décrite via une variable  $\lambda$  appartenant à un espace  $\Lambda$ . Le modèle décrirait l'évolution de la densité de masse de sédiments

$$\rho(t, x, y, z, \lambda), \quad (57)$$

à l'instant  $t$ , en la position  $(x, y)$ , à l'altitude  $z$  et du type  $\lambda$ . L'évolution de  $\rho$  lorsque les sédiments sont dans la colonne d'eau est contrainte par la vitesse de l'eau  $(\mathbf{v}, w)$ , la salinité  $S$  et la température  $T$ . Ces considérations permettraient d'écrire une équation aux dérivées partielles non linéaire du type :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = F(\mathbf{v}, w, S, T, \rho), \quad \text{dans } \Omega_t, \quad (58)$$

où  $F$  serait une fonction à construire.

Lorsque les sédiments sont déposés au fond, l'évolution de  $\rho$  est gouvernée par une vitesse de subsidence  $V_{\text{subs}}(\rho)$  qui dépend de l'histoire de  $\rho$ , par la densité de biomasse  $B$  et la concentration en oxygène  $O_2$ . L'équation régissant alors l'évolution de  $\rho$ , serait du type :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = G(V_{\text{subs}}(\rho), B, O_2, \rho), \quad \text{dans } \Omega_t^c. \quad (59)$$

Pour décider si un point est situé dans la colonne d'eau ou sous le fond, il faudrait utiliser la densité totale de sédiments

$$R(t, x, y, z) = \int_{\Lambda} \rho(t, x, y, z, \lambda) d\lambda, \quad (60)$$

dans un critère du type

$$\Omega_t = \{(x, z), R(t, x, z) < R_{\text{seuil}}\}, \quad \Omega_t^c = \{(x, z), R(t, x, z) > R_{\text{seuil}}\}. \quad (61)$$

pour une valeur donnée de  $R_{\text{seuil}}$ . Le fond serait alors défini comme

$$\partial\Omega_t = \{(x, y, z), R(t, x, y, z) = R_{\text{seuil}}\}, \quad (62)$$

et une condition de transfert du type :

$$\frac{\partial \rho}{\partial \vec{n}} = H(\mathbf{v}, w, S, T, V_{\text{subs}}(\rho), B, O_2, \rho), \quad \text{sur } \partial\Omega_t, \quad (63)$$

y serait écrite.

## Références

- [1] Mike 21hd - Flow Model - Scientific Documentation. Technical report, Danish Hydraulic Institute, 2006.
- [2] *Intercoho'07, Book of abstracts*. Ifremer, Brest, France, 2007.
- [3] Mike 21 - Flow Model, Mud Transport Module - Scientific Documentation. Technical report, Danish Hydraulic Institute, 2007.
- [4] Mike 21hd - Spectral Wave - Scientific Documentation. Technical report, Danish Hydraulic Institute, 2007.

- [5] Mike 3 - Flow Model, Mud Transport Module - User Guide. Technical report, Danish Hydraulic Institute, 2007.
- [6] F Arduin. *Hydrodynamique côtière. partie 2 : vagues. Cours de seconde année, Master Mécanique-Physique*. Brest, France, 2007.
- [7] F. Arduin, B. Chapron, and T. Elfouhaily. Waves and the air-sea momentum budget, implications for ocean circulation modelling. *J. Phys. Oceanogr*, 34 :1741–1755, 2004.
- [8] F. Arduin and T. H. C. Herbers. Bragg scattering of random surface gravity waves by irregular sea bed topography. *J. Fluid Mech.*, 451 :1–33, 2002.
- [9] F. Bouchut and M. . Westdickenberg. Gravity driven shallow water models for arbitrary topography. *Comm. Math. Sci.*, 2 :359–389, 2004.
- [10] F. Bouchut, A. Mangeney-Castelnau, B. Perthame, and J.-P. Vilotte. A new model of saint-venant Savage-Hutter type for gravity driven shallow water flows. *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I*, 336 :531–536, 2003.
- [11] H. J De Vriend. *Steady flow in shallow channel bends*. PhD thesis, Delft Univ. of Technology, 1981.
- [12] H. J. De Vriend and Stive M. J. F. Quasi-3d modelling of nearshore currents. *Coastal Engineering*, 11 :601, 1987.
- [13] D. Eisma. *Suspended matter in the aquatic environment*. Springer-Verlag, 1993.
- [14] A. Gastine. Technique de quantification des processus d’érosion et de dépôts dans les zones estuariennes et application à l’estuaire de la Vilaine. Rapport de stage de Licence, Université Européenne de Bretagne, Université de Bretagne-Sud. 2008.
- [15] J.-F. Gerbeau and B. Perthame. Derivation of viscous saint-venant system for laminar shallow water ; numerical validation. *Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B*, 1 :89–102, 2001.
- [16] E. Goubert. *Les elphidium excavatum (TERQUEM), foraminifères benthiques vivant en baie de Vilaine (Bretagne, France) d’octobre 1992 à septembre 1996*. PhD thesis, Université de Nantes, 1997. 186 p.
- [17] E. Goubert and Menier D. Evolution morphosédimentologique de l’estuaire de la Vilaine de 1960 à 2003 : valorisation des campagnes bathymétriques. Convention d’étude IAV ”Mission d’assistance à la tenue et à la valorisation des données bathymétriques de l’estuaire de la Vilaine”. Technical report, 2005. 50 p.
- [18] E. Goubert, E. Frénod, P. Peeters, P. Thuillier, H. J. Vested, N. Bernard, and V. Veron. Caractérisation du fonctionnement hydrosédimentaire de l’estuaire de la Vilaine à partir d’études bathymétriques et altimétriques (altus). 10ièmes journées nationales génie côtier - génie civil, Sophia Antipolis, 10 - 14 octobre, 2008.
- [19] K .S. Hedstrom. User’s manual for an s-coordinate primitive equation ocean circulation model (SCRUM) version 3.0. Technical report, Institute of Marine and Coastal Sciences, Rutgers University, November 1997.
- [20] A. Hibma, H.M. Schuttelaars, and H.J. De Vriend. Numerical modelling of shoal pattern formation in well-mixed elongated estuaries. *Continental Shelf Research*., 24 :1637–1650, 2004.
- [21] A. Levasseur, L. Shi, N. C. Wells, D. A. Purdie, and B.A. Kelly-Gerreyn. A three-dimensional hydrodynamic model of estuarine circulation with an application to southampton water, uk. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 73(3-4) :753–767, 2007.
- [22] J. L. Lions, R. Temam, and S. Wang. On the equations of the large-scale ocean. *Nonlinearity*, 5 :1007–1053, 1992.
- [23] C. Lucas. Effet cosinus sur un modèle visqueux de type saint-venant et ses équations limites de type quasi-géostrophique et lacs. *C. R. Math. Acad. Sci. Paris. Serie I*, 345(6), 2007.
- [24] C. Lucas. *Effets de petites échelles, du tenseur des contraintes, des conditions au fond et à la surface sur les equations de Saint-Venant*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, 2007.
- [25] U. Lumborg. Modelling the deposition, erosion, and flux of cohesive sediment through Oresund. *J. Marine Syst.*, 56 :179–193, 2003.

- [26] U. Lumborg and A. Windelin. Hydrography and cohesive sediment modelling : application to the Romo Dyb tidal area. *J. Marine Syst.*, 38 :287–303, 2003.
- [27] F. Marche. *Theoretical and numerical studies of shallow water models. Applications to nearshore hydrodynamics*. PhD thesis, Université de Bordeaux 1, 2005.
- [28] F. Marche. Derivation of a new two-dimensional viscous shallow water model with varying topography, bottom friction and capillary effects. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 26(1) :49–63, 2007.
- [29] A.J. Mehta, E.J. Hayter, W.R. Parker, R.B. Krone, and A.M. Teeter. Cohesive sediment transport I : process description. *Journal of Hydraulic Engineering-ASCE*, 115(8) :1076–1093, 1989.
- [30] J. F. Richardson and W. N. Zaki. Sedimentation and fluidisation, Part i. *Chemical Engineering Research and Design*, 32a :35–53, 1954.
- [31] A. J. C. Saint-Venant. Théorie du mouvement non-permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l’introduction des marées dans leur lit. *C. R. Acad. Sc. Paris*, 73 :147–154, 1871.
- [32] Y. Song and Haidvogel D. A semi-implicit ocean circulation model using a generalized topography-following coordinate system. *J. Comp. Phys.*, 115(1) :228–244, 1994.
- [33] W. Van Leussen. Aggregation of particles, settling velocity of mud flocs. A review. In Dronkers and Van Leussen, editors, *Physical processes in estuaries*, pages 347–403. Springer-Verlag, 1988.
- [34] L. C. Van Rijn. Handbook on sediment transport by current and waves. Technical Report H461 :12.1–12.27, Delft Hydraulics, 1989.
- [35] J.C. Winterwerp. On the flocculation and settling velocity of estuarine mud. *Continental Shelf Research*, 22 :1339–1360, 2002.