

*Documents autorisés : Non*  
*Durée : 1h15*

**Exercice 1.** Calculer l'intégrale suivante :  $\int_0^1 t^3 dt$ .

**Exercice 2.** On considère le problème de biologie très simplifié d'un animal situé dans une zone où il dispose de deux types de ressource alimentaire  $R_1$  et  $R_2$ . La zone contient 500 grammes de  $R_1$  et 1000 grammes de  $R_2$ . L'ingestion d'un gramme de  $R_1$  apporte à l'animal une quantité d'énergie égale à 1 ; et, l'ingestion d'un gramme de  $R_2$  lui apporte une quantité d'énergie égale à 2. Pour ingérer un gramme de  $R_1$  l'animal met 0,2 minutes et pour ingérer un gramme de  $R_2$  l'animal met 0,5 minutes. L'animal dispose de 550 minutes.

Dans la suite, on appelle  $x_1$  la masse de  $R_1$  ingérée par l'animal et  $x_2$  la masse de  $R_2$  ingérée par l'animal.

1. Pour une masse  $x_1$  donnée et une masse  $x_2$  donnée ingérées, donner l'énergie acquise par l'animal.
2. Traduire les contraintes données ci-dessus en inéquations.
3. Représenter le polygone dont l'intérieur représente l'ensemble de  $(x_1, x_2)$  satisfaisant les contraintes.
4. Donner la masse de  $R_1$  et la masse de  $R_2$  qui maximisent l'énergie que l'animal peut acquérir. Avec ces masses, combien d'énergie obtient-il ?

**Exercice 3.** Etude de la suite  $(U_n)$  définie par  $U_{n+1} = \sqrt{U_n}$  pour tout  $n \geq 1$ , et avec  $U_0 = 0,1$ .

1. Tracer la représentation graphique de la fonction  $x \mapsto \sqrt{x}$  sur  $[0, 1]$ .
2. Tracer graphiquement l'évolution de la suite  $(U_n)$  pour  $n = 0, 1, 2, 3$ .

**Exercice 4.** Calculer les intégrales suivantes :

1.  $\int_0^1 x \cos(x^2) dx$       2.  $\int_0^\pi \cos^4(x) \sin(x) dx$

**Exercice 5.** Calculer par Intégration Par Parties (IPP) l'intégrale suivante :  $\int_0^{2\pi} x e^x dx$ .