Exercice 6 :

$$\int_0^{\pi} x \sin(x)\, dx = \int_0^{\pi} u(x)\, v'(x)\, dx$$

avec :

$u(x) = x \qquad u'(x) = 1$

$v'(x) = \sin(x) \qquad v(x) = -\cos(x)$

Donc

$$\int_0^{\pi} x \sin(x)\, dx = \left[u(x)\ v(x)\right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} u'(x)\ v(x)\, dx$$

$$= \left[-x\cos(x)\right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} 1 \times (-\cos(x))\, dx$$

$$= (\pi \cos\pi - 0) + \int_0^{\pi} \cos(x)\, dx$$

$$= -\pi + \left[\sin(x)\right]_0^{\pi}$$

$$= -\pi + (\sin(\pi) - \sin(0)) = -\pi$$

Exercice 7 : On pose $y(x)\ a e^{bx}$. On calcule $y'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$y'(x) = a b e^{bx} = b \times (a e^{bx}) = b\ y(x)$$

Donc pour que y satisfasse $y' = 4y$, il faut $b = 4$

Donc $y(x) = a e^{4x}$. Et $y(0) = a e^0 = a$

Donc pour que $y(0) = 2$, il faut : $a = 2$.

Conclusion : $b = 4$ et $a = 2$. Et $y(x) = 2e^{4x}$.