

Documents autorisés : Non
Durée : 1h30

Exercice 1. Calculer les intégrales suivantes :

1. $\int_0^\pi \cos(x) dx$ 2. $\int_0^1 t^2 dt$

Exercice 2. On considère le problème de biologie très simplifié d'un animal situé dans une zone où il dispose de deux types de ressource alimentaire R_1 et R_2 . La zone contient 5 unités de R_1 et 10 unités de R_2 . L'ingestion d'une unité de R_1 apporte à l'animal une quantité d'énergie de 1 ; et, l'ingestion d'une unité de R_2 lui apporte une quantité d'énergie de 2. Pour ingérer une unité de R_1 l'animal met 2 minutes et pour ingérer une unité de R_2 l'animal met 5 minutes. L'animal dispose de 30 minutes.

Dans la suite, on appelle x_1 la quantité d'unités de R_1 ingérée par l'animal et x_2 la quantité d'unités de R_2 .

1. Pour une quantité x_1 donnée et une quantité x_2 donnée d'unités ingérées, donner l'énergie acquise par l'animal.
2. Traduire les contraintes données ci-dessus en inéquations.
3. Représenter le polygone dont l'intérieur représente l'ensemble de (x_1, x_2) satisfaisant les contraintes.
4. Donner la quantité d'unités de R_1 et la quantité d'unités de R_2 qui maximisent l'énergie que l'animal peut acquérir. Avec ces quantités, combien d'énergie obtient-il ?

Exercice 3. Etude de la suite (U_n) définie par $U_{n+1} = (U_n)^3$ pour tout $n \geq 1$, et avec $U_0 = 0,8$.

1. Tracer la représentation graphique de la fonction $x \mapsto x^3$ sur $[0, 1]$.
2. Tracer graphiquement l'évolution de la suite (U_n) pour $n = 0, 1, 2, 3$.

Exercice 4. Calculer les intégrales suivantes :

1. $\int_0^1 x e^{x^2} dx$ 2. $\int_0^\pi \cos^3(x) \sin(x) dx$

Exercice 5. Calculer par Intégration Par Partie (IPP) les intégrales suivantes :

1. $\int_0^{2\pi} x \cos(x) dx$ 2. $\int_1^2 \ln(x) dx$