

Avis de soutenance de thèse

Vendredi 18 décembre 2020 à 13H30

À l'Université Bretagne Sud

**Arrêté du 27 octobre 2020
Soutenance dématérialisée**



Monsieur Erwan PIN

**En vue de l'obtention du grade de docteur en « MATHÉMATIQUES » présentera
ses travaux intitulés :**

**Théorèmes limites pour un processus de branchement multi-type dans un
environnement aléatoire**

Dont voici le résumé :

Le sujet de cette thèse est l'étude d'un processus de branchement d -type $Z_n^i = (Z_n^i(1), \dots, Z_n^i(d))$ dans un environnement aléatoire ξ partant d'un individu de type i , et en régime surcritique. Beaucoup d'études sont faites actuellement sur les processus de branchements, du fait d'un très large domaine d'applications comme en biologie, physique nucléaire ou dynamique de population. De nombreux théorèmes limites sont bien connus pour le modèle uni-type ($d = 1$) et celui de Galton-Watson (où l'environnement est déterministe). L'objectif de cette thèse est de généraliser ces résultats au modèle multi-type en environnement aléatoire, en régime surcritique. Le premier résultat établi a été la découverte de la martingale fondamentale (W_n^i) associée à (Z_n^i) , qui converge presque sûrement vers W^i . C'est principalement grâce à cette martingale qu'on a pu démontrer des théorèmes limites sur (Z_n^i) . On a établi un théorème de type Kesten-Stigum, donnant la convergence en probabilité de la population normalisée $Z_n^i(j)/E_\xi Z_n^i(j)$ vers W^i pour tout j , où $E_\xi Z_n^i(j)$ est l'espérance conditionnelle de $Z_n^i(j)$ sachant l'environnement ξ . De plus on a donné des conditions suffisantes sous lesquelles W^i est non-dégénérée. On a ensuite déterminé une condition nécessaire et suffisante pour la convergence dans L^p de $Z_n^i(j)/E_\xi Z_n^i(j)$ et de la martingale W_n^i , avec une vitesse exponentielle. On s'est enfin intéressé au comportement asymptotique de $\log |Z_n^i|$, où $|\cdot|$ est une norme vectorielle ; on a établi notamment une loi des grands nombres et un théorème central limite. De plus, en étudiant l'existence des moments harmoniques de W^i , on a prouvé un théorème de type Berry-Esseen et des déviations modérées de type Cramér pour $\log |Z_n^i|$

Mots clés : *processus de branchement multi-type, environnement aléatoire, produits de matrices aléatoires, martingale*

Limit theorem for a multi-type branching process in a random environment

Abstract:

The subject of this thesis is the study of a d -type branching process $Z_n^i = (Z_n^i(1), \dots, Z_n^i(d))$ in a random environment ξ starting with one individual of type i , and in the supercritical regime. Actually, a lot of studies are made on the branching processes, because of a large field of applications as in biology, nuclear physic or population dynamics. Several limit theorems are well known for the uni-type model ($d = 1$) and the Galton-Watson's model (where the environment is deterministic). The objective of this thesis is to generalize these results for the multi-type model in random environment, in the supercritical regime. The first established result was the discovery of the fundamental martingale (W_n^i) associated to (Z_n^i) , which converges almost surely to W^i . It is mainly because of this martingale that we could prove limit theorems on (Z_n^i) . We established a Kesten-Stigum type theorem, giving the convergence in probability of the normalized population size $Z_n^i(j)/E_\xi Z_n^i(j)$ to W^i for all j , where $E_\xi Z_n^i(j)$ is the conditional expectation of $Z_n^i(j)$ given the environment ξ . Moreover, we gave sufficient conditions under which W^i is non-degenerate. Afterwards, we determined a necessary and sufficient condition for the convergence in L^p of $Z_n^i(j)/E_\xi Z_n^i(j)$ and the martingale W_n^i , with an exponential speed. Finally, we were interested in the asymptotic behaviour of $\log |Z_n^i|$, where $|\cdot|$ is a vector-norm; specially we established a law of large numbers and a central limit theorem. Furthermore, by studying the existence of the harmonic moments of W^i , we proved a Berry-Esseen type theorem and a Cramér type moderate deviation expansion for $\log |Z_n^i|$.

Keywords: multi-type branching process, random environment, products of random matrices, martingale

Membres du jury :

Prof. Götz KERSTING,	Goethe-Universität, Allemagne
Prof. Romain ABRAHAM,	Université d'Orléans
Prof. Vincent BANSAYE,	École Polytechnique
Prof. Quansheng LIU,	Université Bretagne Sud
Prof. Ion GRAMA,	Université Bretagne Sud
Prof. Loïc CHAUMONT,	Université d'Angers
Prof. Sylvie MÉLÉARD,	École Polytechnique
Prof. Marc PEIGNÉ,	Université de Tours

Les travaux sont dirigés par Quansheng LIU et Ion GRAMA, LMBA CNRS UMR 6205