

Avis de soutenance de thèse

Vendredi 8 septembre 2017 à 14H15

**À l'Université de Bretagne Sud
Faculté des Sciences et Sciences de l'Ingénieur**

Amphithéâtre Yves Coppens à Vannes



Monsieur Ronan LAUVERGNAT

**En vue de l'obtention du grade de docteur en « Mathématiques »,
présentera ses travaux intitulés :**

**« Théorème limites pour des marches aléatoires markoviennes conditionnées à
rester positives »**

Dont voici le résumé :

On considère une marche aléatoire réelle dont les accroissements sont construits à partir d'une chaîne de Markov définie sur un espace abstrait. Sous des hypothèses de centrage de la marche et de décroissance rapide de la dépendance de la chaîne de Markov par rapport à son passé (de type trou spectral), on se propose d'étudier le premier instant pour lequel une telle marche markovienne passe dans les négatifs. Plus précisément, on établit que le comportement asymptotique de la probabilité de survie est inversement proportionnel à la racine carrée du temps. On étend également à nos modèles markoviens le résultat des marches aléatoires aux accroissements indépendants suivant : la loi asymptotique de la marche aléatoire renormalisée et conditionnée à rester positive est la loi de Rayleigh.

Dans un deuxième temps, on restreint notre modèle aux cas où la chaîne de Markov définissant les accroissements de la marche aléatoire est à valeurs dans un espace d'états fini. Sous cette hypothèse et lorsque que la marche est dite non-lattice, on complète nos résultats par des théorèmes locaux pour la marche aléatoire conjointement avec le fait qu'elle soit restée positive. Enfin on applique ces développements aux processus de branchement soumis à un environnement aléatoire, lui-même défini à partir d'une chaîne de Markov à valeurs dans un espace d'états fini. On établit le comportement asymptotique de la probabilité de survie du processus dans le cas critique et les trois cas sous-critiques (fort, intermédiaire et faible).

Abstract: Limit theorems for Markov walk conditioned to stay positive

We consider a real random walk whose increments are constructed by a Markov chain defined on an abstract space. We suppose that the random walk is centred and that the dependence of the Markov walk in its past decreases exponentially fast (due to the spectral gap property). We study the first time when the random walk exits the positive half-line and prove that the asymptotic behaviour of the survey probability is inversely proportional to the square root of the time. We extend also to our Markovian model the following result of random walks with independent increments: the asymptotic law of the random walk renormalized and conditioned to stay positive is the Rayleigh law.

Subsequently, we restrict our model to the cases when the Markov chain defining the increments of the random walk takes its values on a finite state space. Under this assumption and the condition that the walk is non-lattice, we complete our results giving local theorems for the random walk conditioned to stay positive.

Finally, we apply these developments to branching processes under a random environment defined by a Markov chain taking its values on a finite state space. We give the asymptotic behaviour of the survey probability of the process in the critical case and the three subcritical cases (strongly, intermediate and weakly).

Membres du jury :

Prof. Philippe BOURGEROL,	Université Paris 6
Prof. Vitali WACHTEL,	Université d'Augsbourg - Allemagne
Prof. Yves GUIVARC'H,	Université de Rennes 1
Prof. Quansheng LIU,	Université de Bretagne Sud
Prof. Marc PEIGNÉ,	Université François-Rabelais – Tours
Prof. Françoise PÈNE,	Université de Bretagne Occidentale – Brest
Prof. Ion GRAMA,	Université de Bretagne Sud
Prof. Émile LE PAGE,	Université de Bretagne Sud

Les travaux ont été encadrés par Ion GRAMA et Émilie LE PAGE