On prend une surface orientable M, avec une métrique riemannienne g. On note $\mathrm{Int}(.,.)$ la forme symplectique induite en homologie par l'intersection algébrique des courbes. Ensuite on regarde la quantité

$$K(M,g) := \sup \mathrm{Int}(\alpha,\beta)/l(\alpha)l(\beta)$$

où le sup est pris sur toutes les courbes simples fermées α et β (où $l(.)$ est la longueur). On se pose plusieurs questions sur ce $K(M,g)$:

- peut-on l'estimer en fonction de quantités géométriques supposées connues comme la systole ou le volume ?
- le sup est-il un max ? quand la surface est un tore plat, ce n'est presque jamais le cas (au sens de la mesure de Lebesgue). Quand la surface est à courbure -1, je conjecture que c'est presque toujours le cas.
- comment $K(M,g)$ se comporte-t-il quand la métrique varie dans l'espace des modules ? a-t-il des extrema ? quel est son comportement à l'infini ?

Dans le cas des tores plats ce n'est pas très intéressant puisque $K(M,g)$ est constant (si on normalise par le volume). Par contre dans le cas hyperbolique il tend vers l'infini quand on part à l'infini dans l'espace des modules en pinçant une courbe non-séparante ; quand on part à l'infini dans l'espace des modules en pinçant une courbe séparante, il reste borné. J'ignore s'il existe un minimum ; s'il en existe, il serait intéressant de caractériser les métriques qui le réalisent.