Identification de l'exposant de Hölder ponctuel d'un Mouvement Brownien Multifractionnaire Généralisé

(Travail en commun avec Jacques Lévy Véhel)

Antoine Ayache

Laboratoire Paul Painlevé
Université Lille 1
E-Mail : Antoine.Ayache@math.univ-lille1.fr

Le Mouvement Brownien Multifractionnaire Généralisé (MBMG) est une extension du Mouvement Brownien Fractionnaire (MBF) [5] et du Mouvement Brownien Multifractionnaire (MBM) [6,3]. Ce processus Gaussien est à trajectoires continues. Il possède des propriétés d'auto-similarité locale. Contrairement au MBF et au MBM, son exposant de Hölder ponctuel est de la forme la plus générale (n'importe quelle limite inférieure de fonctions continues et positives) et peut également être prescrit [1,2]. Tout ceci, rend le MBMG un bon candidat pour la modélisation de données complexes (cours financiers, textures d'images, phénomènes turbulents,...). L'objet principal de notre exposé est de présenter l'un des principaux résultats de [4] : l'exposant de Hölder ponctuel du MBMG est identifiable en chaque point dès lors qu'il s'écrit comme une limite d'une suite de fonctions continues. Ce résultat peut sembler surprenant parce qu'il signifie, que l'on peut estimer des exposants de Hölder très erratiques. Certes, du travail reste encore à faire pour le rendre complètement opérationnel d'un point de vue pratique. Ce projet de recherche ne semble quand même pas utopique : l'application de notre procédure d'estimation à certains exemples de données simulées et de données réelles (cours boursiers) s'est avérée assez satisfaisante.

[1] Ayache A. and Lévy Véhel J. (1999). Generalized Multifractional Brownian Motion: definition and preliminary results. In M. Dekking, J. Lévy Véhel, E. Lutton and C, Tricot (eds) Fractals: Theory and Applications in Engineering. Springer (1999), 17-32.
[2] Ayache A. and Lévy Véhel J. (2000). The generalized multifractional Brownian motion, Statistical Inference for Stochastic Processes, (3) 7-18.
[3] Benassi A., Jaffard S. et Roux D. (1997). Elliptic Gaussian random processes , Revista Matematica Iberoamericana 13 (1) 19-89.
[4] Ayache A. and Lévy Véhel J. (2004). On the identification of the pointwise Hölder exponent of the Generalized Multifractional Brownian Motion. A paraître dans Stochastic Processes and their Applications.
[5] Mandelbrot B. B. (1982). The fractal geometry of nature, W.H. Freeman and Co., New York.
[6] Peltier R. F. and Lévy Véhel J. (1995). Multifractional Brownian Motion: definition and preliminary results, rapport de recherche de l'INRIA, N^0 2645.