

*Statistique Mathématique*  
Travaux Dirigés - Partie 2

**Exercice 1**

Soit  $X_1, \dots, X_n$  un échantillon i.i.d. associé à une v.a.r.  $X$  de loi  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  et soit  $\bar{X}$  sa moyenne arithmétique. Soit  $c$  une constante. Exprimer en fonction de  $\sigma^2$  et  $c$  la valeur minimale de  $n$  telle que

$$\mathbb{P}(\mu - c \leq \bar{X} \leq \mu + c) \geq 0.954.$$

Celle-ci est indépendante de  $\mu$ .

**Exercice 2**

Soient  $X_1, \dots, X_{n_1}, Y_1, \dots, Y_{n_2}$  des v.a.r. indépendantes, les  $X_i$  de même loi  $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$  et les  $Y_i$  de même loi  $\mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ . Soit  $\bar{X}$  la moyenne arithmétique des  $X_i$  et  $\bar{Y}$  la moyenne arithmétique des  $Y_i$ . Comment calculer la probabilité  $\mathbb{P}(\bar{X} > \bar{Y})$  ?

**Exercice 3**

Soit  $X_1, \dots, X_n$  un échantillon i.i.d. associé à une v.a.r.  $X$  de loi  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  et soit  $S^2$  sa variance empirique. Comment calculer  $\mathbb{P}(a \leq S^2 \leq b)$  où  $a$  et  $b$  sont des constantes réelles ?