

1. Définir une fonction :

La commande suivante définit la fonction $f : x \rightarrow x^2$:

```
f <- fonction(x) { x^2 }
```

On peut ensuite faire appel à la fonction, par exemple

```
f(2)
```

renvoie la valeur de la fonction f en 2.

Exercice :

Définir les fonctions suivantes :

- $f_1 : x \rightarrow e^x$
- $f_2 : x \rightarrow \ln(x)$
- $f_3 : x \rightarrow \sin(x)$
- $f_4 : x \rightarrow \cos(x)$
- $f_5 : x \rightarrow \frac{1}{x}$
- $f_6 : x \rightarrow \frac{1}{x^2}$
- $f_7 : t \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-t^2/2}$

2. Intégrer une fonction :

La commande suivante intègre la fonction $f : x \rightarrow x^2$ entre 0 et 1.

```
integrate(f,lower=0,upper=1)
```

Exercice : Intégrer les fonctions suivantes :

- $f_1 : x \rightarrow e^x$ sur $[0, 1]$
- $f_2 : x \rightarrow \ln(x)$ sur $[1, 10]$
- $f_3 : x \rightarrow \sin(x)$ sur $[0, \pi]$
- $f_4 : x \rightarrow \cos(x)$ sur $[0, 2\pi]$

3. Intégration et erreurs :

La fonction `integrate()` renvoie aussi la précision du calcul numérique effectué, c'est à dire une majoration de l'erreur. Si on ne veut que le résultat, il faut alors rajouter `$value` :

```
integrate(f,lower=0,upper=1)$value
```

Exercice :

Calculer les valeurs exactes des intégrales précédentes et les comparer aux valeurs numériques renvoyées par le logiciel.

4. Introduction aux intégrales généralisées :

- Tracer les fonctions f_5 et f_6 sur 2 graphiques différents.
- Question : l'aire sous les deux courbes de $[1, +\infty[$ est-elle finie ou infinie ?
- Notre ami **R** peut nous aider à répondre à cette question : On peut en effet manipuler les bornes ∞ avec le logiciel.

```
integrate(f5,lower=1,upper=Inf)
```

```
integrate(f6,lower=1,upper=Inf)
```

- Preuve mathématique :

Calculer $\int_1^b \frac{1}{x^\alpha} dx$ en fonction de $b > 1$. Que se passe-t-il lorsque $b \rightarrow \infty$? Pour quelles valeurs de α l'intégrale est elle convergente ? divergente ?

Intégration et densité de probabilité :

- Tracer le graphique de la fonction f_7 , appelée "courbe de Gauss" sur $[-10, 10]$.
- Calculer l'intégrale de f_7 sur $]-\infty, +\infty[$.

Exercice : Faire des recherches sur internet sur la fonction de Gauss.