

Caractérisation et prédiction de la sensibilité à l'effet d'échelle du béton réfractaire renforcé de fibres métalliques (BRRFM)

F.Nazaret^a, T.Cutard^a

^a CROMeP/Ecole des mines d'Albi-Carmaux
Campus Jarlard, Route de Teillet
81000 Albi

RESUME :

Les bétons réfractaires sont des matériaux hétérogènes qui ont un comportement mécanique quasi-fragile et qui présentent donc une forte sensibilité à l'effet d'échelle. Dans cette étude, des essais de flexion 3 points réalisés sur des poutres homothétiques sans entailles de 5 tailles différentes ont mis en évidence la forte sensibilité à l'effet d'échelle d'un béton réfractaire renforcé de fibres métalliques. Les paramètres des lois d'effet d'échelle déterministe et déterministe-statistique issues de la littérature sont identifiés à partir de cette base d'essais. Une loi d'effet d'échelle dite à deux transitions est proposée pour prédire l'effet d'échelle du matériau en reliant les lois établies dans la littérature pour les structures avec et sans entailles et en considérant les mécanismes de fissuration caractéristiques dus au renforcement du béton réfractaire par des fibres.

MOTS-CLES : *Effet d'échelle, béton réfractaire, fibre, renforcement*

TEXTE ETENDU :

1 Introduction

Les bétons réfractaires sont destinés à la réalisation de pièces de grandes tailles. Or, les essais mécaniques sont réalisés sur des éprouvettes de petite dimension compatible avec la taille des moyens de laboratoire nécessaires à leur caractérisation à hautes températures. Ces matériaux fortement hétérogènes sont très sensibles à l'effet d'échelle. Il est donc nécessaire de développer des lois d'effet d'échelle qui permettent de passer de l'éprouvette de laboratoire à la structure industrielle afin de prendre en compte des propriétés mécaniques correctes dans le cas de structures de grandes tailles. La littérature qui traite des effets d'échelle dans les bétons du génie civil est importante. Elle concerne des essais mécaniques la mettant en évidence [1-3] ainsi que le développement de lois qui modélisent l'évolution des propriétés mécaniques avec la taille des structures [4, 5]. En revanche, peu d'auteurs se sont intéressés à l'influence de l'effet d'échelle sur les bétons du génie civil renforcés de fibres [6] et sur les bétons réfractaires [7]. Trois théories principales se dégagent pour expliquer cet effet d'échelle [4] : la théorie du maillon le plus faible qui considère une répartition aléatoire de défauts initiaux [8], la théorie déterministe [9] liée à la mécanique de la rupture qui considère que l'effet d'échelle est dû à une propagation stable de la fissure jusqu'à l'effort maximal, conjuguée à une redistribution des contraintes et un relâchement de l'énergie emmagasinée causée par les fissures, la théorie liée au caractère fractal des surfaces de rupture [10]. Après avoir présenté le matériau testé, les lois d'effets d'échelles issues de la théorie déterministe et leur couplage avec la théorie statistique seront exposées. Les résultats d'essais de flexion 3 points sur des poutres homothétiques de 5 tailles différentes en BRRFM seront alors décrits, puis les paramètres des lois d'effets d'échelle de la littérature seront déterminés à partir de cette base d'essai. Ces résultats seront alors discutés et une nouvelle loi adaptée au cas des bétons renforcés de fibres sera proposée et discutée.

2 Matériaux

Le matériau étudié est un composite constitué d'un béton réfractaire et de fibres courtes métalliques (BRRFM). Ce béton est une nuance industrielle composée de granulats de cordiérite et d'un liant

géopolymère. L'ajout des fibres métalliques a lieu durant la phase de malaxage des différents composants. Les fibres de renfort sont en acier inoxydable de nuance AISI310, de longueur 12,5 mm et de diamètre 0,4mm. Dans cette étude, la fraction volumique de fibre est de 1,5%. Le coulage de la pièce est réalisé sous vibrations. Les pièces sont séchées à 80°C avant d'être cuites à une température de 500°C pendant 5 heures afin de stabiliser la microstructure du matériau.

3 Rappel des lois d'effets d'échelle

La sensibilité aux effets d'échelle des bétons est actuellement un sujet d'étude prédominant. Dans cette étude portant sur le BRRFM, l'effet d'échelle est traité en considérant principalement la théorie dite déterministe ou énergétique de Bazant [9]. La prise en compte d'une éventuelle influence de l'effet statistique va également être étudiée. Ce choix de traitement de l'effet d'échelle nécessite d'exposer davantage ces théories afin de mieux comprendre les développements spécifiques qui seront exposés dans la discussion pour expliquer l'effet d'échelle dans les BRRFM. C'est pour cette raison que les lois issues de la théorie déterministe dans le cas de structures avec entailles et sans entailles seront dans un premier temps rappelés. Dans un deuxième temps, les conditions de la prise en compte d'un effet statistique seront données.

3.1 Loi déterministe d'effet d'échelle pour des structures avec entaille

L'effet d'échelle déterministe de la contrainte nominale σ_N pour des poutres entaillées ou supportant une grande fissure au maximum de charge a été établi par Bazant en analysant l'énergie restituée pendant la propagation de la fissure. Les développements de cette théorie sont détaillés par Bazant [9,11]. Soit D une dimension représentative de la structure, lorsque D tend vers 0, la contrainte nominale tend vers une asymptote horizontale alors que lorsque D tend vers l'infini, la contrainte nominale tend vers une asymptote oblique de pente $-1/2$ prédite par la mécanique linéaire de la rupture dans la représentation bi-logarithmique σ_N en fonction de D.

Ces asymptotes constituent des bornes théoriques. Bazant a mis en œuvre la théorie des raccordements asymptotiques afin de relier ces asymptotes et d'obtenir une loi d'effet d'échelle approchée pour tout l'intervalle de dimensions [11]. La loi établie par Bazant a la forme suivante :

$$\sigma_N = \frac{Bf_t}{\sqrt{1 + \beta}} \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{D}{D_0} \quad (1)$$

où D_0 est une constante appelée taille de transition, qui représente l'intersection des deux asymptotes et β est une constante appelée indice de fragilité. Les constantes B et f_t sont toutes reliées à des propriétés de la mécanique de la rupture.

Une formule plus générale peut être déduite en introduisant une constante s telle que :

$$\sigma_N = Bf_t \left(1 + \beta^s\right)^{1/2s} \quad (2)$$

L'exposant s permet d'approximer plus efficacement les résultats expérimentaux sur un grand intervalle de dimensions. Notons que ce paramètre s dépend de la géométrie.

Cette loi a été appliquée et vérifiée expérimentalement sur beaucoup de géométries [3,4]. Elle est exposée ici en utilisant la démonstration par raccordement asymptotique, mais cette formule a également été dérivée de l'étude des intégrales J [5] ou de l'utilisation du modèle de la fissure cohésive [12].

3.2 Loi déterministe d'effet d'échelle pour des structures sans entaille

Plusieurs lois d'effet d'échelle pour des éprouvettes non-entaillées sollicitées en flexion ont été établies à partir de différentes approches de modélisation. Des prédictions ont été réalisées à partir de modèles de la mécanique non-linéaire de la rupture comme le modèle de Jenq-Shah [13] ou le modèle de la fissure fictive de Hillerborg [14]. Une loi a également été développée à partir du modèle fractal de Carpinteri [10].

Une autre approche traite du cas des structures rompant dès l'amorçage d'une fissure. Cette rupture ne signifie pas que la taille de la zone d'élaboration de la fissuration soit négligeable. Bazant et Li [15] proposent de considérer que la rupture commence par un endommagement distribué qui se développe dans une couche dont l'épaisseur est constante quelle que soit la taille de la structure (Figure 1). La localisation n'a lieu qu'après le pic de charge. Pour obtenir une solution, les auteurs ont imposé une condition d'équilibre dans les sections centrales pour une épaisseur de microfissuration l_f reliée au moment fléchissant. A partir de quelques hypothèses développées dans l'article de Bazant et Li [15], l'expression suivante est obtenue :

$$\frac{\sigma_N}{f_t} = 1 + 2 \left(\frac{l_f}{D} \right) \quad (3)$$

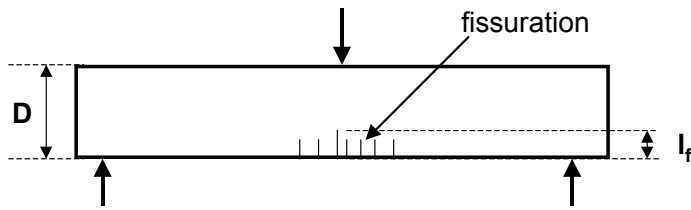


Figure 1 : Schématisation du cas de rupture à l'amorçage de la fissure en considérant une couche de fissuration d'épaisseur l_f (d'après [15])

Une formule de la même forme que celle de la relation (3) peut être développée à partir de l'approche suivie pour établir la relation (1). Ceci permet d'aboutir à une relation pour laquelle les différents paramètres sont reliés à des propriétés de la mécanique de la rupture :

$$\sigma_N = f_{r\infty} \left(1 + \frac{rD_b}{D} \right)^{1/r} \quad (4)$$

Avec D_b une constante reliée à l'état de fissuration et à la géométrie de l'éprouvette, $f_{r\infty}$ une constante représentant le niveau de contrainte maximale lorsque D tend vers l'infini et r une constante. Cette formule est à rapprocher de la relation (3) en prenant le cas particulier $r=1$ et en posant $l_f=D_b/2$.

Dans le cas du modèle de la fissure fictive, l'approche est différente puisqu'une seule fissure est considérée et c'est l'adoucissement qui a lieu dans la fissure qui provoque l'effet d'échelle alors qu'ici c'est une couche microfissurée d'épaisseur constante, dans laquelle le comportement est adoucissant, qui génère l'effet d'échelle. Plusieurs synthèses ont été réalisées pour tenter de déterminer quel était le modèle le plus pertinent du point de vue de la prédiction des effets d'échelle sur éprouvette non-entaillée. Mais sur la base des données expérimentales qui sont peu nombreuses, aucune étude n'a pu déterminer laquelle de ces lois prédisait le mieux l'effet d'échelle [16,4]. Dans cette étude les relations (3) et (4) seront considérées.

3.3 Prise en compte de l'effet d'échelle statistique

La théorie statistique de Weibull est basée sur la distribution statistique de défauts. Elle est largement utilisée dans les études des céramiques à grains fins et des structures métalliques fragilisées par fatigue. Cette théorie ne doit être appliquée que lorsque les hypothèses qui suivent sont respectées :

- la structure cède dès qu'un élément de matière atteint sa résistance limite.
- la résistance est aléatoire et sa dispersion suit la distribution statistique de Weibull [8].

Cette théorie a longtemps été la seule utilisée par les chercheurs pour expliquer les effets d'échelle dans les différents matériaux. L'effet d'échelle généré par cette théorie est représenté par une droite de pente $-1/m$ dans le repère bi-logarithmique, avec m le module de Weibull. Cet effet est inférieur à l'effet d'échelle observé expérimentalement qui tend, dans le cas d'éprouvettes avec entailles, vers l'effet d'échelle prédit par la MLR prédisant une droite de pente $-1/2$.

D'autres objections sont avancées pour expliquer le fait que la théorie de Weibull n'est pas applicable au cas des matériaux quasi-fragiles [17,5] :

- La loi d'effet d'échelle de la théorie statistique ne considère pas de dimension caractéristique de la structure et donc pas de longueur interne pour le matériau. Or cette longueur interne permet de prendre en compte la forte hétérogénéité microstructurale du matériau.
- La restitution d'énergie due aux redistributions de contraintes causées par la propagation stable de la fissuration donne lieu à un effet d'échelle non pris en compte par la théorie de Weibull. Cette théorie n'est valable que si la rupture a lieu lorsqu'une fissure macroscopique apparaît.
- Chaque géométrie et son chargement sont considérés comme un volume équivalent sollicité en traction. Par conséquent la théorie ne prend pas en compte les spécificités de la géométrie et des conditions limites provoquant une redistribution du champ de contraintes.

Toutes ces difficultés vont à l'encontre de l'exploitation de la théorie de Weibull pour prédire l'intégralité des effets d'échelle. Cependant, dans certaines configurations, les matériaux quasi-fragiles vont rompre de manière fragile. Une nouvelle fois, les cas des poutres avec entailles et sans entailles doivent être étudiés séparément.

Cas des structures avec entailles. L'introduction de la théorie de Weibull dans la loi déterministe (1) a été réalisée par Bazant et al. [18, 19]. Pour cela les auteurs ont développé une théorie probabiliste non-locale de

l'effet d'échelle. En effet, en tête de fissure, l'intégrale de Weibull diverge puisque la contrainte locale tend vers l'infini. Pour éviter cela, la contrainte locale est remplacée par une contrainte calculée non-locale $\bar{\sigma}$ à partir d'un champ de déformations non-locales calculées en prenant en considération le voisinage du point. La probabilité de rupture P_f s'écrit alors :

$$P_f = 1 - \exp \left\{ - \int_V \left\langle \frac{\bar{\sigma}(x)}{\sigma_0} \right\rangle^m \frac{dV(x)}{V_r} \right\} \quad (5)$$

avec σ_0 la contrainte maximale pour un volume de référence V_r . Dans le cas d'une poutre avec entaille, l'effet déterministe prédomine sur l'effet statistique pour les grandes tailles. En revanche, lorsque D tend vers 0, la loi d'effet d'échelle tend vers l'effet prédit par la théorie de Weibull. Si m tend vers l'infini alors l'asymptote doit être horizontale pour les petites tailles. Bazant propose le raccordement asymptotique suivant :

$$\sigma_N = \frac{Bf_t}{\sqrt{\beta^{2n/m} + \beta}} \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{D}{D_0} \quad (6)$$

avec n la dimension de la structure et m le module de Weibull. Cette loi est schématisée sur la Figure 2(a).



Figure 2 : Lois d'effet d'échelle déterministes-statistiques dans les cas (a) de structures avec entailles, (b) de structures sans entailles [5]

Cas des structures sans entailles. Dans ce cas, la rupture a lieu lorsqu'une couche d'une certaine épaisseur est endommagée. Si la structure est très grande, la taille relative de cette couche par rapport à la structure sera très faible et alors la rupture aura lieu dès l'amorçage de la fissure. L'effet statistique pourra donc avoir une influence pour des grandes tailles de structures. La théorie non locale utilisée pour le cas des poutres avec entailles peut être adaptée à ce cas de figure. Il ne s'agit pas ici de supprimer une singularité mais d'imposer une corrélation statistique spatiale. Cette théorie fait l'objet de plusieurs articles de Bazant et al [20, 21]. La loi d'effet d'échelle va s'en trouver modifiée. Un terme prenant en compte l'effet statistique va être introduit. Bazant établit une loi dite déterministe-statistique qui satisfait 3 conditions asymptotiques [22] :

$$\sigma_N = f_{r\infty} \left(\left(\frac{D_b}{D} \right)^{rn/m} + \frac{rD_b}{D} \right)^{1/r} \quad (7)$$

Lorsque $D \rightarrow 0$ $\sigma_N = f_{r\infty} r^{1/r} \left(\frac{D_b}{D} \right)^{1/r} \propto D^{-1/r}$

Lorsque $D \rightarrow \infty$ $\sigma_N = f_{r\infty} \left(\frac{D_b}{D} \right)^{n/m} \propto D^{-n/m}$

Lorsque $m \rightarrow \infty$, on retrouve la formule purement déterministe

4 Résultats des essais

Cinq tailles d'éprouvettes ont été réalisées (Tableau 1). Une profondeur de 100 mm a été choisie pour toutes les poutres. Les essais ont été réalisés avec une vitesse de déplacement constante de 0,08mm/min. L'essai de flexion 3 points a été utilisé pour être cohérent avec la bibliographie sur les effets d'échelle. L'ensemble de ces essais a été réalisé au Laboratoire Matériaux et Durabilité des Constructions de l'INSA de Toulouse, sur une machine d'essai hydraulique d'une capacité de 50kN.

La contrainte maximale des essais de flexion 3 points a été déterminée à partir de la relation suivante issue de la théorie de l'élasticité des poutres :

$$\sigma_N = \frac{3P_{\max} L}{2bh^2} \quad (8)$$

où P_{\max} est l'effort mesuré à la rupture, L la distance entre appuis, b la profondeur de l'éprouvette et h sa hauteur.

Les résultats des contraintes maximales, ainsi que les écart-types pour chaque dimension caractéristique d'éprouvette, sont regroupés dans le Tableau 2. L'ensemble des résultats est représenté sur la Figure 4.

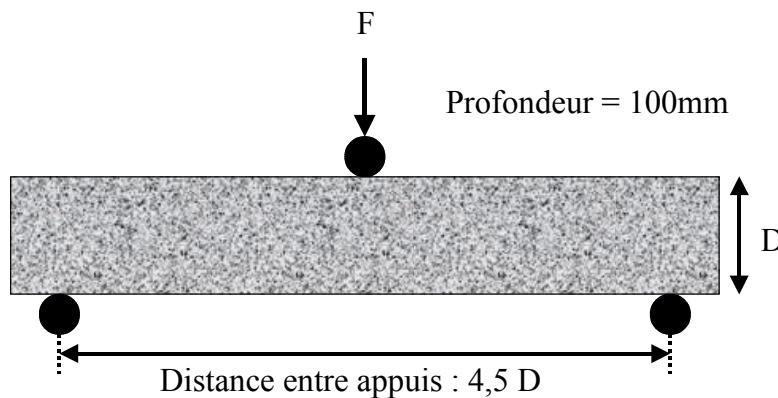


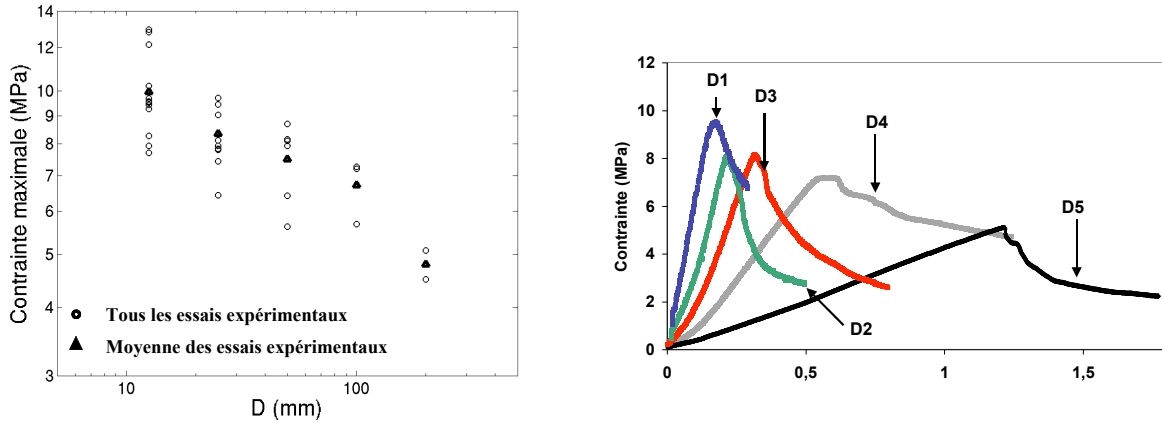
Figure 3 : Géométrie de l'éprouvette de flexion 3 points utilisée pour la caractérisation de l'effet d'échelle du BRRFM

	D1	D2	D3	D4	D5
Hauteur (mm)	12,5	25	50	100	200
Distance entre appuis (mm)	55,7	112,5	225	450	900
Profondeur (mm)	100	100	100	100	100
Nombre d'essais	12	10	6	3	2

Tableau 1 : Caractéristiques géométriques des éprouvettes non entaillées testées en flexion 3 points pour l'évaluation de l'effet d'échelle du BRRFM

	D1	D2	D3	D4	D5
σ_N moyen (MPa)	9,96	8,25	7,49	6,72	4,79
Ecart-type (MPa)	1,79	1,06	1,19	0,89	0,42

Tableau 2 : Résultats des essais de flexion 3 points sur des poutres de BRRFM de différentes tailles cuites à 500°C



(a)

(b)

Figure 4 : Synthèse des essais de flexion 3 points réalisés pour caractériser la sensibilité à l'effet d'échelle du BRRFM : (a) Contraintes maximales (b) Courbes de comportement

La Figure 4(a) permet de constater que le BRRFM est fortement sensible à l'effet d'échelle puisque sa contrainte maximale en flexion est divisée par deux lorsque l'on passe de la taille D1 à la taille D5. Cette diminution de la contrainte maximale est confirmée par les courbes de comportement pour les 5 tailles de poutre (Figure 4(b)). On constate sur cette représentation que la reprise de charge après le pic a lieu quelque soit la taille. Il reste maintenant à identifier quelles sont les origines de cet effet d'échelle.

5 Identification des paramètres

D'après les résultats qui viennent d'être exposés, il a été montré que le BRRFM était sensible aux effets d'échelle. Il est maintenant nécessaire de déterminer quelle est la loi qui prédit le comportement à l'effet d'échelle du BRRFM. L'identification des paramètres des différentes lois d'effet d'échelle sera réalisée sur la moyenne des points expérimentaux pour les différentes tailles et la méthode retenue est l'algorithme de Levenberg-Marquardt. En ce qui concerne l'évaluation de l'erreur, la relation (9) sera utilisée dans la suite de cette étude.

$$Erreur = \left| \frac{\sigma_{prédit} - \sigma_{expmoyen}}{\sigma_{prédit}} \right| \quad (9)$$

avec $\sigma_{prédit}$, les contraintes maximales prédites par la loi d'effet d'échelle et σ_{exp} les contraintes maximales expérimentales.

5.1 Application au BRRFM de la loi déterministe pour structures sans entaille

Les paramètres des lois consacrées aux structures sans entailles rappelées ci-dessous sont identifiés.

$$\text{La loi déterministe : } \sigma_N = f_{r\infty} \left(1 + \frac{rD_b}{D} \right)^{1/r} \quad (10)$$

$$\text{La loi déterministe-statistique : } \sigma_N = f_{r\infty} \left(\left(\frac{D_b}{D} \right)^{m/m} + \frac{rD_b}{D} \right)^{1/r} \quad (11)$$

Les coefficients identifiés sont listés dans le Tableau 3 et les lois sont comparées aux résultats des essais expérimentaux sur la Figure 5 (a). La loi déterministe identifiée à partir des 5 tailles donnent des résultats insatisfaisants en ce qui concerne l'erreur comme cela peut être constaté sur la Figure 5 (b) puisqu'elle est supérieure à 8% pour D4 et D5. De plus, les coefficients ont peu de sens puisque r est très élevé et surtout D_b , qui représente le double de l'épaisseur de la couche qui s'endommage, est égal à 378mm qui est une valeur beaucoup plus grande que la hauteur des poutres. Il semble par conséquent que cette loi est

inadaptée tout au moins pour la taille D5. L'identification des paramètres de cette même loi a donc été effectuée à partir des 4 premières tailles de poutres. Cette fois, les coefficients sont plus réalistes avec, notamment, une épaisseur d'endommagement de 7,43 mm. L'erreur de la prédiction pour les 4 premières tailles est extrêmement faible. Cette loi peut paraître valide pour une dimension caractéristique inférieure à 100 mm.

L'identification de la loi déterministe statistique (11) a été réalisée à partir des 4 premières tailles d'éprouvette. Le rapport n/m a été imposé en tenant compte des données de la littérature. L'erreur de la prédiction de la loi est très faible pour les 4 tailles qui ont servi à l'identification. Le paramètre r est quasiment égal à 1, donc très proche de la valeur de 1,14 que Bazant a déterminée comme la meilleure lors de l'identification de cette loi à partir d'une base de données expérimentales conséquente. Cette fois-ci, l'épaisseur de la couche microfissurée est très faible puisqu'elle est égale à 1,63 mm.

	f_{∞} (MPa)	D_b (mm)	r	n/m
Loi déterministe (10)	3,18	378,81	4,25	-
Loi déterministe sur D1, D2, D3 et D4 (10)	5,98	14,87	2,97	-
Loi déterministe-statistique (11)	8,61	3,27	0,99	2/24

Tableau 3 : Résultats de l'identification des paramètres de la loi déterministe pour les structures sans entaille en BRRFM cuit à 500°C

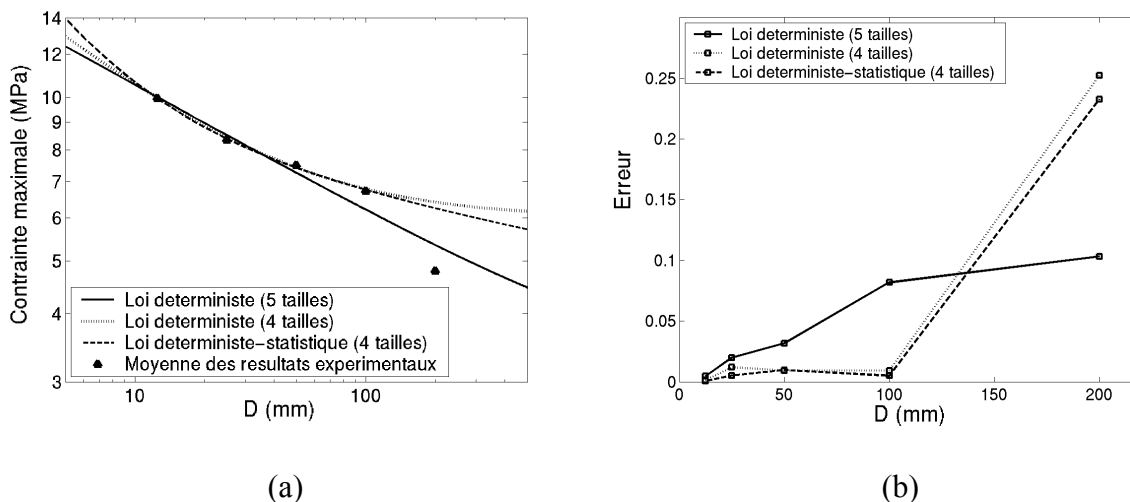


Figure 5 : Résultats de l'identification des lois d'effet d'échelle pour des poutres non-entallées en BRRFM cuit à 500°C : (a) Comparaison de différentes lois, (b) Erreur des prédictions par rapport aux résultats expérimentaux

Les poutres de BRRFM testées ne présentant pas d'entailles, les paramètres des lois déterministes et déterministe-statistiques ont été identifiés à partir des essais de flexion 3 points. Cependant, cette catégorie de lois semble inadaptée pour prédire l'effet d'échelle au-delà de $D=100\text{mm}$ puisqu'elle surestime dans ce cas la contrainte maximale. En revanche, en dessous de cette taille et lorsque l'identification est menée à partir de 4 premières dimensions caractéristiques, les résultats sont très bons avec une erreur moyenne de prédiction inférieure à 2%. Il est par contre délicat de déterminer si la prise en compte de l'effet statistique améliore les prédictions, d'autant plus que le comportement de la poutre ne devient pas fragile comme l'ont montré les courbes de comportement (Figure 4(b)).

5.2 Application au BRRFM de la loi déterministe pour structures avec entaille

Puisque les lois développées pour le cas de poutres non-entallées sont inadaptées pour les 5 tailles de poutre, nous allons considérer le cas des lois pour les poutres entaillées ou qui supportent une grande fissure à la charge maximale. Les deux lois, dont les paramètres vont être identifiés, sont celles exposées dans la partie 3 :

$$\text{La loi déterministe : } \sigma_N = Bf_t \left(1 + \left(\frac{D}{D_0} \right)^s \right)^{-\frac{1}{2s}} \quad (12)$$

$$\text{La loi déterministe-statistique : } \sigma_N = \frac{Bf_t}{\sqrt{\left(\frac{D}{D_0} \right)^{2n/m} + \frac{D}{D_0}}} \quad (13)$$

Tous les paramètres identifiés selon ce type de lois sont regroupés dans le Tableau 4 et les courbes correspondantes, ainsi que leur comparaison avec les résultats d'essais expérimentaux sont représentés sur la Figure 6 (a). Tout d'abord, nous avons réalisé l'identification de la loi d'effet d'échelle déterministe (12) en prenant $s=1$. L'erreur reste inférieure à 7% entre la prédiction et les essais. Si la loi généralisée est utilisée, le paramètre s est égal à 0,46. Notons que dans la littérature pour des essais de flexion 3 points ce coefficient est trouvé égal à 0,44 [5]. Cette généralisation de la loi diminue l'erreur pour les petites tailles mais l'augmente pour les grandes. Il est par conséquent difficile de dire quelle loi est la plus propice à prédire l'effet d'échelle. Enfin, les paramètres de la loi déterministe-statistique ont été identifiés en prenant $s=1$ et le rapport $n/m=2/24$ tout comme pour le cas des structures sans entailles. L'erreur n'est pas fortement modifiée par rapport à la loi purement déterministe.

	Bf_t (MPa)	D_0 (mm)	s	n/m
Loi déterministe (12)	10,68	53,16	1	-
Loi déterministe générale (12)	14,86	64,42	0,46	-
Loi déterministe-statistique (13)	9,91	69,23	1	2/24

Tableau 4 : Résultats de l'identification des paramètres des lois d'effet d'échelle pour les poutres avec entailles ou grandes fissures dans le cas du BRRFM cuit à 500°C

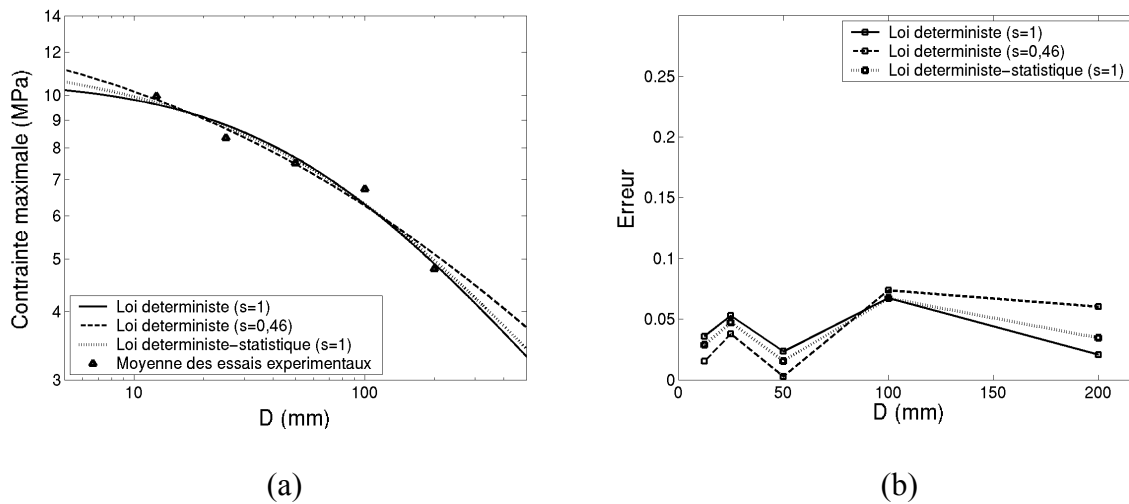


Figure 6 : Résultats de l'identification des lois d'effet d'échelle pour des poutres entaillées appliquées aux essais de flexion 3 points sur des poutres en BRRFM sans entailles cuites à 500°C : (a) Comparaison de différentes lois, (b) Erreur de la prédiction par rapport aux résultats expérimentaux

Des identifications ont été réalisées en considérant uniquement les tailles D2, D3, D4 et D5 mais les résultats n'ont pas conduit à une erreur plus faible. Globalement, les lois prédisent l'effet de taille avec une erreur constante pour les 5 dimensions caractéristiques. En revanche ce niveau d'erreur se situe aux environs de 5%. Dans le cas des lois pour les poutres sans entailles, sur les 4 premières tailles, l'erreur était inférieure à 1%.

6 Discussion

L'analyse des essais sur le BRRFM a permis de montrer que les lois déterministes de la littérature prédisaient mal la contrainte maximale en flexion dans un cas pour les petites tailles et dans l'autre pour les grandes tailles. Il a été montré que l'asymptote de pente $-1/2$ pour les grandes tailles était pertinente et que l'effet d'échelle généré par une couche de microfissuration était pertinent pour les petites tailles. Ces résultats sont rappelés sur la Figure 7.

Par conséquent, nous proposons de relier ces deux types de lois déterministes, basées sur des mécanismes physiques très différents, au sein d'une même loi. En effet, le cas des poutres de BRRFM, et plus généralement des bétons renforcés, sans entaille est complexe. Pour les petites tailles, une couche de microfissuration est bien présente comme l'ont montré l'étude des champs de déformations par la méthode de stéréo-corrélation [23] sur le BRRFM ayant subi une cuisson. Par conséquent, le modèle développé par Bazant et Li décrit bien la fissuration lorsque D tend vers 0. En revanche, contrairement à ce que prédit le modèle pour les grandes tailles, la contrainte maximale expérimentale chute fortement. On peut penser que ceci est dû au renforcement du matériau par des fibres. Une fois la fissure amorcée, et ceci pour une épaisseur de bande microfissuration relativement petite par rapport à la structure, le comportement n'est pas fragile mais correspond au cas d'une poutre avec entaille. Une telle hypothèse permet d'expliquer le fait que l'asymptote pour les grandes tailles de la loi déterministe des poutres avec entailles est valable.

Afin d'établir une loi valide pour les petites et les grandes tailles, la loi déterministe pour structures avec entaille a été reprise comme point de départ, soit :

$$\sigma_N = Bf_t \left(1 + \left(\frac{D}{D_0} \right) \right)^{-1/2} \quad (14)$$

Les constantes Bf_t représentent le niveau de l'asymptote horizontale pour les petites tailles. Dans notre cas, puisqu'il n'y a pas d'entaille, lorsque D tend vers 0, la poutre va subir un effet d'échelle dû à une bande de microfissuration. Par conséquent, Bf_t est remplacé par la loi déterministe correspondant au cas des poutres sans entaille et conduisant à la loi suivante :

$$\sigma_N = \left(f_{int} \left(1 + \frac{D_b}{D} \right) \right) \left(1 + \left(\frac{D}{D_0} \right) \right)^{-1/2} \quad (15)$$

où f_{int} est une constante. Avec cette loi, lorsque D tend vers 0, la loi tend vers une asymptote de pente -1 et lorsque D tend vers l'infini, la loi tend vers une asymptote de pente $-1/2$. Notons que cette loi comporte deux dimensions de transition. La première, D_b , est proportionnelle à la taille de la bande de microfissuration. La seconde, D_0 , est liée à la taille de la structure pour laquelle la contrainte maximale devient sensible à la fissure.

L'identification de cette loi avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt donne les coefficients du Tableau 5 et la comparaison avec les données expérimentales est représentée sur la Figure 8.

	f_{int} (MPa)	D_b (mm)	D_0 (mm)
BRRFM	8,66	2,63	102,30

Tableau 5 : Résultats de l'identification des paramètres de la loi d'effet d'échelle à deux transitions pour le BRRFM cuit à 500°C testé à 20°C

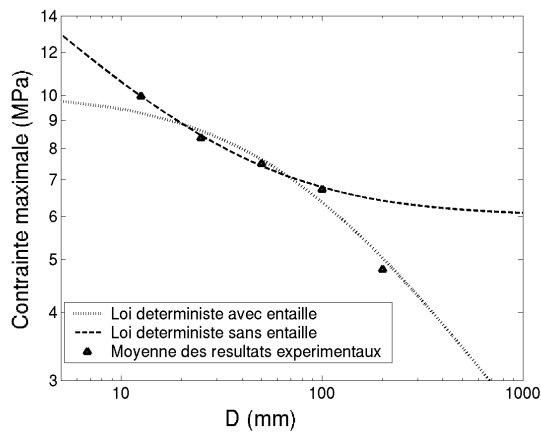


Figure 7 : Rappel des résultats de l'identification des lois déterministes avec et sans entailles à partir des données sur le BRRFM cuit à 500°C et testé à 20°C

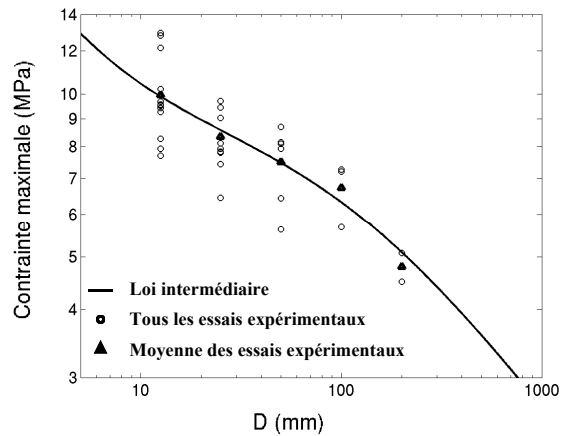


Figure 8 : Comparaison des données expérimentales avec la loi à deux transitions avec les paramètres du Tableau 5

L'observation de la Figure 8 indique que la loi à deux transitions prévoit mieux l'effet d'échelle sur toute la gamme de tailles que ne le permettent les lois déterministes. Le calcul de l'erreur de toutes ces lois d'après la relation (9) confirme cette impression visuelle (Figure 9). L'erreur moyenne pour la loi déterministe avec entaille est de 4,5%, de 5,7% pour la loi déterministe sans entaille et de 3,2% pour la loi à deux transitions.

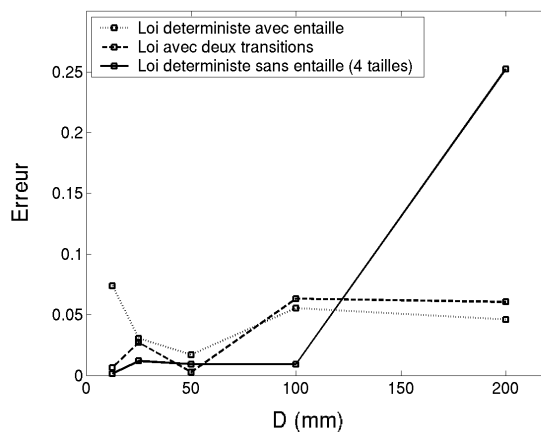


Figure 9 : Comparaison des erreurs de prédictions de l'effet d'échelle du BRRFM avec différentes lois

7 Conclusion

Dans cette étude la sensibilité à l'effet d'échelle du BRRFM cuit à 500°C et testé à 20°C a été mise en évidence grâce à des essais de flexion 3 points sur des poutres de 5 tailles différentes sans entailles. Une loi dite à deux transitions a été proposée afin de répondre à la sensibilité caractéristique des matériaux renforcés, tels que le BRRFM, pour des structures sans entailles. En effet, il a été montré que les lois déterministes développées par Bazant pour le cas des structures sans entailles et avec entailles n'étaient valables que pour les petites tailles dans un cas et pour les grandes tailles dans l'autre cas. Cette loi à deux transitions se base sur les mécanismes de fissuration qui sont modifiés lorsque la taille de la structure augmente. Elle considère une couche de fissuration mise en évidence par stéréo-corrélation [23] pour les petites tailles, et une fissure déjà présente au pic de charge pour les grandes tailles. Cette loi a permis de prédire avec plus de précision l'effet d'échelle du BRRFM.

Références :

- [1]V. Kadlecěk and Z. Spetla, Effect of size and shape of test specimens on the direct tensile strength of concrete, Proceedings of the Matériaux et Constructions, 1967, pp 175 - 184
- [2]M. R. A. van Vliet and J. G. M. van Mier, Experimental investigation of size effect in concrete and sandstone under uniaxial tension, Engineering Fracture Mechanics, 65, pp 165-188, 2000
- [3]Z. P. Bazant and P. A. Pfeiffer, Determination of fracture energy from size effect and brittleness number, ACI Materials Journal, 84, pp 463-480, 1987
- [4]Z. P. Bazant and J. Planas, Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials, 1998.
- [5]Z. P. Bazant, Introduction aux effets d'échelle sur la résistance des matériaux, Hermès, 2004.
- [6]S. Sener, M. Begimgil and C. Belgin, Size effect on failure of concrete beams with and without steel fibers, Journal of Materials in Civil Engineering, 14, pp 436-440, 2002
- [7]G. B. Palmer and G. Baker, Specimen size effect on fracture toughness for a low cement refractory, Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 22, pp 51-61, 1995
- [8]W. Weibull, A statistical distribution function of wide applicability, Journal of Applied Mechanics, 18, pp 293-297, 1951
- [9]Z. P. Bazant, Size effect blunt fracture : concrete, rock, metal, Journal of Engineering Mechanics, 110, pp 518-535, 1984
- [10]A. Carpinteri, B. Chiai and P. Cornetti, On the mechanics of quasi-brittle materials with a fractal microstructure, Engineering Fracture Mechanics, 70, pp 2321-2349, 2003
- [11]Z. P. Bazant, Scaling of quasibrittle fracture : asymptotic analysis, International Journal of Fracture, 83, pp 19-40, 1997
- [12]J. Planas, G. V. Guinea and M. Elices, Generalized size effect equation for quasibrittle materials, Fatigue Fracture Engineering Materials Structures, 20, pp 671-687, 1997
- [13]Y. Jenq and S. P. Shah, Two parameter fracture model for concrete, Journal of Engineering Mechanics, 111, pp 1227-1241, 1985
- [14]A. Hillerborg, M. Modeer and P. E. Petersson, Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, Cement and Concrete Research, 6, pp 773 - 782, 1976
- [15]Z. P. Bazant and Z. Li, Modulus of rupture : size effect due to fracture initiation in boundary layer, Journal of Structural Engineering, 121, pp 739-746, 1995
- [16]J. Planas, G. V. Guinea and M. Elices, Rupture modulus and fracture properties of concrete, Proceedings of the FRAMCOS-2, 1995, Freiburg, pp 95-110
- [17]Z. P. Bazant, Probability distribution of energetic-statistical size effect in quasibrittle fracture, Probabilistic Engineering Mechanics, 19, pp 307-319, 2004
- [18]Z. P. Bazant and Y. Xi, Statistical size effect in quasi-brittle structures : II. Nonlocal theory, Journal of Engineering Mechanics, 117, pp 2623-2640, 1991
- [19]Z. P. Bazant, Y. Xi and S. Reid, Statistical size effect in quasi-brittle structures : I. Is Weibull theory applicable?, Journal of Engineering Mechanics, 117, pp 2609-2622, 1991
- [20]Z. P. Bazant and D. Novak, Probabilistic nonlocal theory for quasibrittle fracture initiation and size effect. I: Theory, Journal of Engineering Mechanics, 126, pp 2000
- [21]Z. P. Bazant and D. Novak, Probabilistic nonlocal theory for quasibrittle fracture initiation and size effect. II: Application, Journal of Engineering Mechanics, 126, pp 175-185, 2000
- [22]Z. P. Bazant and D. Novak, Energetic statistical size effect in quasibrittle failure at crack initiation, ACI Materials Journal, 97, pp 381-392, 2000
- [23]F. Nazaret, Caractérisation et modélisation du comportement thermomécanique d'un béton réfractaire renforcé de fibres métalliques, Ecole des Mines de Paris, 2005